

Dariusz URBANIAK¹
Tomasz WYLECIAŁ²
Vladimir P. ZHUKOV³
Evgenii V. BAROCHKIN⁴

ZASTOSOWANIE ENTROPIJNEGO UOGÓLNIENIA ROZKŁADU MAXWELLA- BOLTZMANN DO MODELOWANIA ROZDRABNIANIA W MŁYNIE STRUMIENIOWO- FLUIDALNYM

Zastosowanie zjawiska fluidyzacji w wielu gałęziach przemysłu spowodowało intensyfikację przebiegu zjawisk, stanowiących istotę technologii przemysłowych. W przypadku młyna strumieniowo-fluidalnego ziarna materiału warstwy różnią się nie tylko prędkością przemieszczania wzdłuż wysokości warstwy, ale również rozmiarem, czego nie uwzględnia klasyczny rozkład Maxwella-Boltzmann. W pracy zaproponowano wykorzystanie zasady maksimum entropii do uogólnienia rozkładu Maxwella-Boltzmann. Takie uogólnienie pozwoli określić rozkład ziaren w warstwie fluidalnej w funkcji prędkości ich przemieszczania, wysokości warstwy oraz ich wielkości. Celem weryfikacji zaproponowanego modelu przeprowadzono eksperyment rozdrabniania materiału ziarnistego w młynie strumieniowo-fluidalnym. Porównanie wyników obliczeniowych i eksperymentalnych pozwala stwierdzić, że opis wyników eksperymentalnych przez zaproponowany model jest zadowalająco dobry. Zastosowanie metod fizyki statystycznej umożliwia przewidywanie zachowania ziaren w warstwie fluidalnej i rozwijanie na tej podstawie metod obliczeniowych dla urządzeń technologicznych, wykorzystujących zjawisko fluidyzacji.

Słowa kluczowe: rozkład Maxwella-Boltzmann, bilans energetyczny, bilans masy, zasada maksymalnej entropii

¹ Autor do korespondencji: Dariusz Urbaniak, Politechnika Częstochowska, al. Armii Krajowej 21, 42-201 Częstochowa, tel.: 34 3250 583, e-mail: urbaniak@imc.pcz.czyst.pl.

² Tomasz Wyleciał, Politechnika Częstochowska, al. Armii Krajowej 19, 42-201 Częstochowa.

³ Vladimir P. Zhukov, Ivanovo State Power Engineering University, Rabfakovskaya 34, 153003 Ivanovo, Russia.

⁴ Evgenii V. Barochkin, Ivanovo State Power Engineering University, Rabfakovskaya 34, 153003 Ivanovo, Russia.

1. Wprowadzenie

Zastosowanie zjawiska fluidyzacji w wielu gałęziach przemysłu pozwoliło zintensyfikować zachodzące tam procesy technologiczne. Taką prawidłowość zaobserwowano w suszarnictwie, przemyśle energetycznym, obróbce cieplnej metali, przeróbce mechanicznej substancji kruchych, itd. Poprawa efektywności procesów technologicznych zachodzi głównie dlatego, że fluidyzacja materiału powoduje intensywny ruch ziaren. Ruch ten przypomina zachowanie cząsteczek gazu lub cieczy [2, 7]. Obserwacja ta skłoniła do próby wykorzystania praw fizyki statystycznej do opisu zachowania ziaren w warstwie fluidalnej [2].

W przypadku młynów strumieniowo-fluidalnych [4] ziarna w całej objętości warstwy różnią się prędkością przemieszczania, położeniem względem wysokości warstwy, jak również rozmiarem. Tego ostatniego aspektu nie uwzględnia tradycyjny rozkład Maxwella-Boltzmannna [3]. W pracy podjęto próbę rozszerzenia rozkładu Maxwella-Boltzmannna o dodatkowy aspekt zmienności, a mianowicie wielkości ziaren w warstwie fluidalnej.

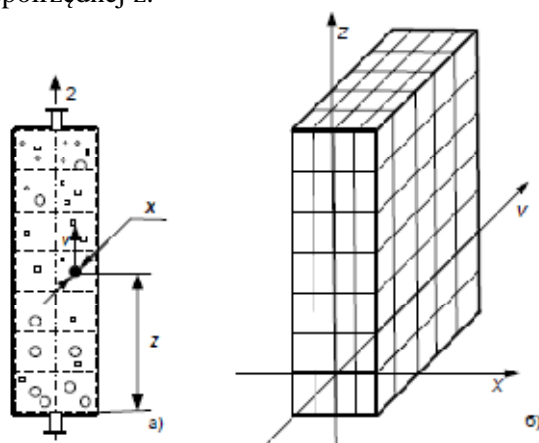
2. Metodyka badawcza

Jako analizowany obiekt badawczy wybrano młyn fluidalny, schematycznie przedstawiony na rysunku 1. Rozważany młyn pracuje periodycznie. Masa rozdrabnianego materiału nie zmienia się w czasie. Energia jest dostarczana do młyna wraz z gazem, który jest podawany do urządzenia poprzez otwór wlotowy 1 i opuszcza młyn przez wylot 2. Młyn został podzielony na elementarne przestrzenie fazowe.

Efekt procesu rozdrabniania zależy od wielu parametrów. W przypadku rozdrabniania w warstwie fluidalnej znaczącym parametrem, determinującym efekt rozdrabniania, jest energia kinetyczna ziaren. Ponadto rozdrobnienie ziarna zależy od jego rozmiaru. Im mniejszy rozmiar ziarna, tym więcej energii należy dostarczyć na jego rozdrobnienie. Rozmiar ziarna determinuje ponadto opory unoszenia, a więc położenie ziarna wzdłuż wysokości warstwy. Zatem jako charakterystyczne parametry procesu rozdrabniania wybrano rozmiar ziarna x , jego prędkość v i wysokość położenia ziarna w warstwie z . Strukturę obliczeniową przestrzeni fazowej, z uwzględnieniem kierunku osi wybranych współrzędnych, pokazano na rysunku 1, b. Poszukiwana funkcja rozkładu ziaren względem rozmiaru, prędkości i położenia ziaren w warstwie fluidalnej $f(x, v, z)$ przedstawia gęstość rozkładu materiału w przestrzeń obliczeniową. Funkcja ta dla pojedynczej komórki opisana jest następująco:

$$F_{i,j,k} = f(x, v, z) \cdot \Delta x \cdot \Delta v \cdot \Delta z \quad (1)$$

gdzie: $\Delta x, \Delta v, \Delta z$ - rozmiar komórki wzdłuż osi x, v, z ; indeks i wskazuje liczbę komórek wzdłuż osi rozmiaru x ; j - wzdłuż osi prędkość v , k - wzdłuż współrzędnej z .



Rys. 1. Schemat (a) i obliczeniowa przestrzeń fazowa (b) młyna strumieniowo-fluidalnego: 1 - dopływ powietrza, 2 - wypływ powietrza

Fig. 1. Schematic (a) and the computational phase space (b) blast-fluid mill: 1 - air supply, 2 - air discharge

Ilość ziaren w całej przestrzeni fazowej odpowiada całej masie rozdrabnianego materiału. Zatem bilans masy tego materiału może być zapisany w postaci warunku normalizacji nieznanej funkcji rozkładu.

$$\sum_{i,j,k} F_{i,j,k} = 1 \quad (2)$$

Bilans energii ziaren warstwy fluidalnej zbudowano na podstawie analizy strumieni energii. Założono, że energia, dostarczana do układu wraz z gazem, powoduje zmianę energii kinetycznej ziaren, energii potencjalnej, determinowanej wysokością położenia, oraz energii potencjalnej, determinowanej rozmiarem ziarna. Zależność, opisująca właściwą potencjalną energię położenia ziaren, wyrażona jest za pomocą współrzędnych przestrzennych ziarna i przyspieszenia ziemskiego g :

$$e_i = g \cdot z_i \quad (3)$$

Właściwa energia kinetyczna ziaren jest określona jako połowa kwadratu prędkości ziarna:

$$e_j = \frac{v_j^2}{2} \quad (4)$$

Energia rozdrabniania, zgodnie z prawem Rittingera [6], opisana jest zależnością:

$$e_x = C_R \cdot \left(\frac{1}{x''} - \frac{1}{x'} \right) \quad (5)$$

gdzie: e_x - właściwa energia rozdrabniania, C_R - stała Rittingera, x', x'' - średnie rozmiary ziaren odpowiednio przed i po procesie rozdrabniania.

Podczas rozdrabniania dużych ziaren $x' \rightarrow \infty$, zatem wyrażenie (5) można zapisać w postaci:

$$e_x = e_k = \frac{C_R}{x_k} \quad (6)$$

Energia rozdrabniania, zgodnie z (5) zależy tylko od końcowej wartości rozmiaru x albo stanów układu i nie zależy od przebiegu procesu rozdrabniania. Podobieństwo zależności (6) i wyrażenia na potencjał pola elektrostatycznego [3] wskazuje na potencjalny charakter energii rozdrabniania. Stałą Rittingera [8] można wyrazić w następującej postaci:

$$C_R = r_t \cdot d_0 \quad (7)$$

gdzie: r_t - utajone ciepło parowania w procesie sublimacji, d_0 - rozmiar ziaren rozdrabnianej substancji.

Dla wybranej przestrzeni fazowej energia właściwa pojedynczego elementu układu określona jest przez sumę energii potencjalnej położenia, potencjalnej energii rozmiaru i kinetycznej energii ziaren:

$$e_{i,j,k} = g \cdot z_i + \frac{v_j^2}{2} + \frac{C_R}{x_k} \quad (8)$$

Bilans energii wyrażony jest przez równość sumarycznej energii wszystkich ziaren układu E :

$$\sum_{i,j,k} e_{i,j,k} F_{i,j,k} = E \quad (9)$$

W celu znalezienia szukanego rozkładu wykorzystano zasadę maksymalnej entropii, którą z powodzeniem wykorzystuje się do modelowania złożonych układów [1, 3]. Dla analizowanego układu wyrażenie na entropię H można wyrazić w postaci:

$$H = - \sum_{i,j,k} F_{i,j,k} \ln F_{i,j,k} \Rightarrow \max \quad (10)$$

Najbardziej prawdopodobny rozkład to ten, który charakteryzuje największa wartość entropii. Zatem rozwiązaniem zależności (9) jest znalezienie maksymalnej wartości funkcji rozkładu ziaren względem położenia, prędkości i rozmiaru. Do tego celu wykorzystano metodę mnożników Lagrange'a [1], z uwzględnieniem warunków (2) i (9). Wtedy

$$F_{i,j,k} = \frac{\exp(\mu e_{i,j,k})}{\sum_{i,j,k} \exp(\mu e_{i,j,k})} \quad (11)$$

gdzie μ – nieokreślony mnożnik Lagrange'a, którego wartość wyznaczono z warunku (9).

Podstawienie zależności (8) w wyrażeniu (11) pozwala na uzyskanie szukanego rozkładu w postaci:

$$f(x, v, z) = A \cdot \exp \left[\mu \cdot \left(g \cdot z_i + \frac{v_j^2}{2} + \frac{C_R}{x_k} \right) \right] \quad (12)$$

gdzie: A - parametr normalizacyjny.

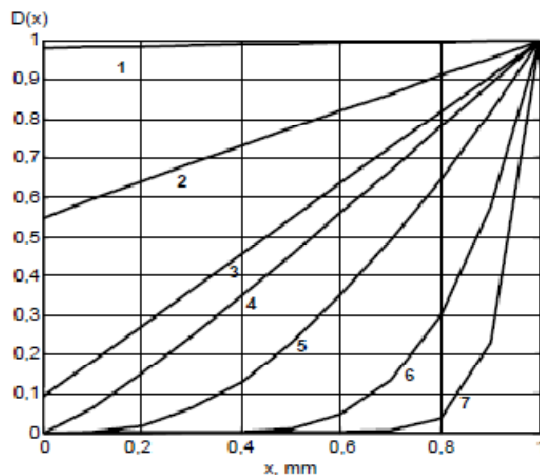
Zależność (12) podobna jest do postaci rozkładu Maxwella-Boltzmannna [3] i pozwala określić rozkład ziaren dodatkowo względem ich rozmiaru. Porównanie szukanego rozkładu z rozkładem Maxwella-Boltzmannna pozwala także zapisać wyrażenie dla mnożników Lagrange'a w postaci

$$\mu = \frac{M_\mu}{(MR) \cdot T} \quad (13)$$

gdzie: M_μ - masa molowa rozdrabnianego materiału, (MR) - uniwersalna stała gazowa, T - temperatury odniesienia.

3. Wyniki obliczeń analitycznych i eksperymentalnych

Przebieg szukanej funkcji rozkładu przeprowadzono dla następującego przykładu obliczeniowego. Przestrzeń fazowa przedstawia trójwymiarową macierz komórkową (rys. 1). Podawanie materiału nadawy ($C_R=12,51 \cdot 10^{-3}$, Jm/kg [8]) następuje w punkcie przestrzeni fazowej o współrzędnych $z = z_{\min}$, $v = v_{\min}$, $X = X_{\max}$. Na rysunku 2 przedstawiono obliczone rozkłady ziaren względem ich rozmiaru w warstwie fluidalnej o różnych energiach (parametrach rozkładu μ).



Rys. 2. Rozkład ziaren względem ich rozmiaru o różnych parametrach rozkładu μ : 1 - $\mu = -1$; 2 - $\mu = -0,3$; 3 - $\mu = -0,05$; 4 - $\mu = -0,005$; 5 - $\mu = -0,001$; 6 - $\mu = 0,0002$; 7 - $\mu = 0,0005$

Fig. 2. The distribution of the grains with respect to their size with different distribution parameters μ : 1 - $\mu = -1$; 2 - $\mu = -0.3$; 3 - $\mu = -0.05$; 4 - $\mu = -0.005$; 5 - $\mu = -0.001$; 6 - $\mu = 0.0002$; 7 - $\mu = 0.0005$

Rozkłady przedstawiono w postaci sumarycznych zależności masowych udziałów przesypu drobnego materiału przez sito kontrolne o rozmiarze oczka tego sita. Wielkość przesypu określono poprzez sumowanie szukanego rozkładu (11) względem prędkości i wysokości warstwy:

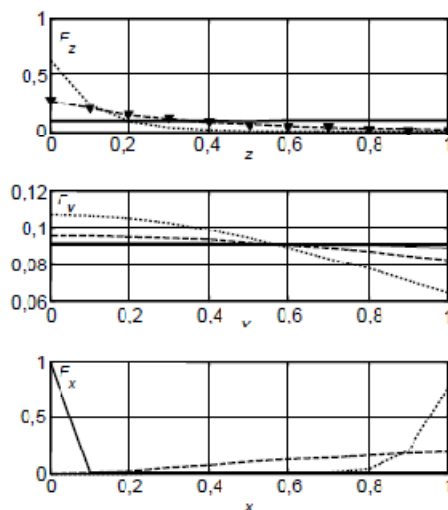
$$D(x_{k_1}) = \sum_{k=1}^{k_1} \sum_{i,j} F_{i,j,k} \quad (14)$$

gdzie: $D(x_{k_1})$ - przesyp przez sito o rozmiarze x_{k_1} materiału warstwy.

W celu przedstawienia trójwymiarowej przestrzeni fazowej (11) w postaci jednoparametrowej zależności wykonano wstępnie sumowanie względem dwóch pozostałych współrzędnych:

$$F_x = \sum_{i,j} F_{i,j,k} \quad F_v = \sum_{i,k} F_{i,j,k} ; \quad F_z = \sum_{j,k} F_{i,j,k} \quad (15)$$

Szukany rozkład ziaren w złożu fluidalnym obliczono względem osi z , v , i x przedstawiono na rysunku 3. Krzywa (a) przedstawia rozkład ziaren względem wysokości warstwy, krzywa (b) - względem prędkości i krzywa (c) - względem wielkości ziarna. Trójkątami przedstawiono eksperymentalne rozkłady ziaren, otrzymane w wyniku przeprowadzenia odpowiedniego eksperymentu [5]. Porównanie obliczonych i eksperymentalnych rozkładów pokazuje zadowalającą zgodność opisaną wyników doświadczalnych poprzez znaleziony rozkład obliczeniowy.



Rys. 3. Rozkład ziaren względem wysokości warstwy (a), względem prędkości (b), oraz względem wielkości ziarna (c)

Fig. 3. The distribution of grains with respect to the layer height (a), with respect to the speed (b), and grain size (c)

4. Wnioski

Przeprowadzone badania wykazały, że zastosowanie praw fizyki statystycznej do modelowania zachowania się ziaren w warstwie fluidalnej młyna daje pozytywne rezultaty. Modele, zbudowane na prawach fizyki statystycznej, adekwatnie opisują zachowanie się zbioru ziaren w warstwie fluidalnej, gdzie zachodzi ich rozdrabnianie. Zatem jest możliwe i celowe wykorzystanie przedstawionej metodyki w modelowaniu procesów technologicznych mechanicznej przeróbki substancji kruchych.

Literatura

- [1] Barrow G.M.: Chemia fizyczna. PWN, Warszawa 1973.
- [2] Belyakov A.N., Zhukov V.P., Otwinowski H.: Formirovanie fraktsionnykh i energeticheskikh potokov v struynykh mel'nitsakh kipyashchego Slota, Vestnik IGEU, nr 1 (2012) 48-51.
- [3] Huang K.: Statistical mechanics (in Polish), PWN, Warszawa 1987.
- [4] Milioli F.E., Foster P.J.: A model for particle size distribution and elutriation in fluidized beds, Powder Technology 83 (1995) 265-280.
- [5] Mitrofanov A.V.: Modelirovanie i raschetno-eksperimental'nye issledovaniya gidromekhanicheskikh i teplovykh protsessov v psevdoozhizhennom sloe, dis. kand. tekhn. nauk, Ivanovo, 2011.
- [6] Pastucha L., Mielczarek E.: Kinetyka i termodynamika rozdrabniania strumieniowego, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1994.
- [7] Wyleciał T., Urbaniak D.: Badanie rozdrabniania materiałów drobnoziarnistych w młynie strumieniowo-fluidalnym, Hutnik, nr 5 (2012) 396-399.
- [8] Zhukov V.P., Belyakov A.N.: Termodinamicheskiiy podkhod k opisaniyu mekhanicheskikh protsessov v sypuchikh sredakh, Vestnik IGEU, nr 6 (2012) 35-40.

APPLICATION OF ENTROPY GENERALIZATION OF MAXWELL-BOLTZMANN DISTRIBUTION FOR MODELING OF GRINDING IN A FLUIDIZED-BED JET MILL

Summary

Application of fluidization phenomenon in many industries resulted in the intensification of the course of events, which are the essence of industrial technology. In the case of a fluidized-bed jet mill grains of the bed material are differ not only in speed of motion along the height of the bed, but also the size, which does not include a classic Maxwell-Boltzmann distribution. The approach of the principle of maximum entropy to generalize Maxwell-Boltzmann distribution is presented in the paper. Such generalization will determine the distribution of particles in a fluidized bed as a function of speed of motion, height of the bed and their size. To verify the proposed model, an experiment was conducted grinding of granular material in the fluidized-bed jet mill. Comparison of computational and experimental results demonstrates that the description of the experimental results by the proposed model is adequate. The use of methods of statistical physics allows to predict the behavior of grains in a fluidized bed and developing on this basis of the calculation methods for technological devices using the fluidization phenomenon.

Keywords: Maxwell-Boltzmann distribution, energy balance, mass balance, principle of maximum entropy

DOI: 10.7862/rm.2014.31

Otrzymano/received: 15.05.2014

Zaakceptowano/accepted: 20.06.2014