

Piotr DUDA¹

EKSPERYMENTALNA WERYFIKACJA METODY ROZWIĄZYWANIA ODWROTNEGO PROBLEMU PRZEWODZENIA CIEPŁA

W elementach urządzeń energetycznych bardzo często pojawiają się problemy z określeniem niektórych warunków brzegowych. Przybliżone oszacowanie trudnych do określenia warunków brzegowych, w celu rozwiązania problemu metodą bezpośrednią, może doprowadzić do istotnych błędów. W niniejszej pracy przedstawiona zostanie metoda odwrotna, pozwalająca na możliwie dokładne wyznaczenie nieustalonego pola temperatury pomimo nieokreślonych niektórych cieplnych warunków brzegowych. Metoda oparta jest na bilansowej metodzie elementów skończonych. Metoda może być zastosowana przy rozwiązywaniu prostych zagadnień jednowymiarowych oraz prostych i skomplikowanych zagadnień dwuwymiarowych. Przedstawione będą dwie doświadczalne weryfikacje metody: jednowymiarowa i dwuwymiarowa.

Słowa kluczowe: wymiana ciepła, metody odwrotne, identyfikacja, monitorowanie

1. Sformułowanie metody

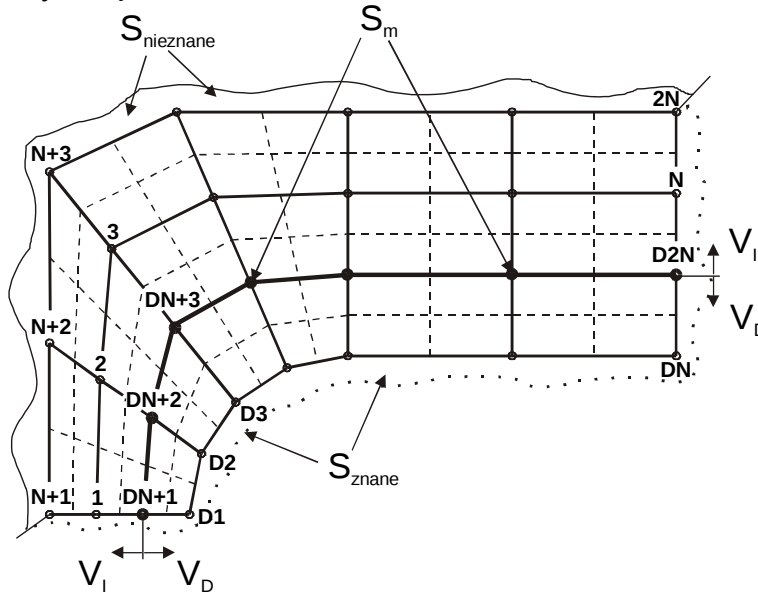
Analizowany obszar ma znany warunek brzegowy tylko na części brzegu (rys.1). W celu rozwiązania takiego problemu wprowadzone zostały do analizy dodatkowe punkty pomiaru temperatury. Tak postawione zagadnienie jest źle uwarunkowane i nosi nazwę odwrotnego problemu brzegowego przewodzenia ciepła. Założono, że wszystkie punkty pomiarowe umieszczone są na powierzchni S_m , która dzieli rozpatrywany obszar na podobzdar bezpośredni V_D i odwrotny V_I . Najpierw obliczony jest czasowo-przestrzenny rozkład temperatury w obszarze bezpośrednim V_D poprzez zapisanie i rozwiązanie równań bilansu we wszystkich węzłach $D \neq D2N$, przy wykorzystaniu bilansowej metody elementów skończonych [1].

¹ Autor do korespondencji: Piotr Duda, Politechnika Krakowska, al. Jana Pawła II 37 31-864 Kraków, tel. +48 12 628 33 47, pduda@mech.pk.edu.pl

Rozwiązanie problemu odwrotnego zaczyna się od zapisania równania bilansu dla węzła $i=DN+1$. W ogólnym przypadku M elementów może mieć ten węzeł. Ponadto zakłada się, że temperatura w tymże węźle jest temperaturą średnią w objętości skończonej przyporządkowanej do niego. Równanie dla węzła i przyjmuje następującą postać

$$V_i c(T_i) \rho(T_i) \frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^M Q_{ij} \quad (1)$$

gdzie V_i jest objętością obszaru kontrolnego przyporządkowanego węzłowi i , a Q_{ij} – strumieniem ciepła obliczonym dla j -tej części obszaru kontrolnego o objętości V_i , znajdującej się wewnątrz elementu skończonego j . W przypadku pokazanym na rys. 1. w równaniu bilansu dla węzła $i=DN+1$ pojawiają się temperatury z węzłów $i=1, 2, DN+2, D2, D1$. W jednym równaniu występują więc dwie niewiadome temperatury w węzłach $i=1, 2$. Jednakże zapisanie układu N równań bilansowych dla węzłów $i=DN+1, \dots, D2N$ umożliwia obliczenie temperatury w węzłach $i=1, \dots, N$.



Rys. 1. Odwrotny problem brzegowy przewodzenia ciepła, S_{znane} – powierzchnia ze znanym warunkiem brzegowym, $S_{nieznane}$ – powierzchnia z nieznanym warunkiem brzegowym, S_m – powierzchnia, na której umieszczone są punkty pomiaru temperatury, V_D – obszar bezpośredni, V_I – obszar odwrotny

Fig. 1. Inverse boundary problem of heat conduction; S_{known} – surface with known boundary condition; $S_{unknown}$ – surface with unknown boundary condition; S_m – surface on which temperature measurement points are located; V_D – direct region; V_I – inverse region

Jeśli własności materiału λ , c , ρ zależą od temperatury, to układ równań może być rozwiązany w sposób iteracyjny. W pierwszej iteracji zakłada się, że

$$T_k^{(0)} = T_{DN+k}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

Rozwiązanie układu równań pozwala na wyznaczenie $T_k^{(1)}$, $k = 1, 2, \dots, N$. Iteracje prowadzone są tak długo, dopóki nie zostanie spełniony warunek

$$\left| \frac{T_k^{(n+1)} - T_k^{(n)}}{T_k^{(n+1)}} \right| \leq \varepsilon, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

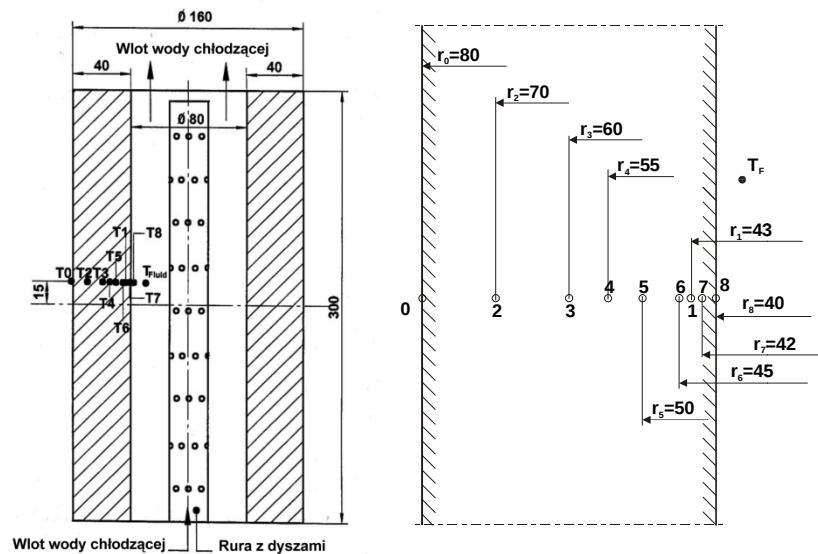
Jeśli temperatury w węzłach $i=1 \div N$ są obliczone, to opracowaną metodę odwrotną można zastosować jeszcze raz do wyznaczenia temperatur w węzłach $i=N+1 \div 2N$.

Rozwiązanie odwrotnego problemu brzegowego jest bardzo trudne, ponieważ obliczane temperatury w obszarze odwrotnym są bardzo wrażliwe na błędy popełnione podczas obliczeń w obszarze bezpośrednim lub podczas pomiaru temperatury na powierzchni S_m . Błędy obliczeniowe lub pomiarowe mogą spowodować niestabilność obliczeń objawiającą się dużymi oscylacjami temperatury w czasie. Problem ten rozwiązano poprzez wygładzanie zmierzonych lub obliczonych temperatur za pomocą wielomianów Grama [2,5].

2. Weryfikacja eksperymentalna proponowanej metody

2.1. Eksperymentalna weryfikacja w zagadnieniu jednowymiarowym

W niniejszej pracy przedstawione zostały dwa doświadczenia, których celem była eksperymentalna weryfikacja zaproponowanej metody odwrotnej w zagadnieniu jednowymiarowym i dwuwymiarowym. Weryfikację proponowanej metody przeprowadzono w grubościennym cylindrze o wymiarach: średnica zewnętrzna $d_z = 0,16$ m; grubość ścianki $g = 0,04$ m (rys.2) [3]. Został on wykonany ze stali 17 MoV 8 4. Wewnątrz cylindra umieszczono rurę z zainstalowanymi dyszami, których celem było zapewnienie jednolitego chłodzenia na całej jego wewnętrznej powierzchni. Na zewnętrznej powierzchni zainstalowano elektryczny system grzejny, który przykryto izolacją cieplną. W wybranych punktach na grubości ścianki oraz na powierzchni wewnętrznej i zewnętrznej zainstalowane zostały termoelementy. Położenie ich pokazano na rysunku 2. Przyjęto zależne od temperatury własności termofizyczne dla stali 17 MoV 8 4. Pusty model zbiornika ciśnieniowego został podgrzany za pomocą systemu grzejnego do temperatury 300°C.

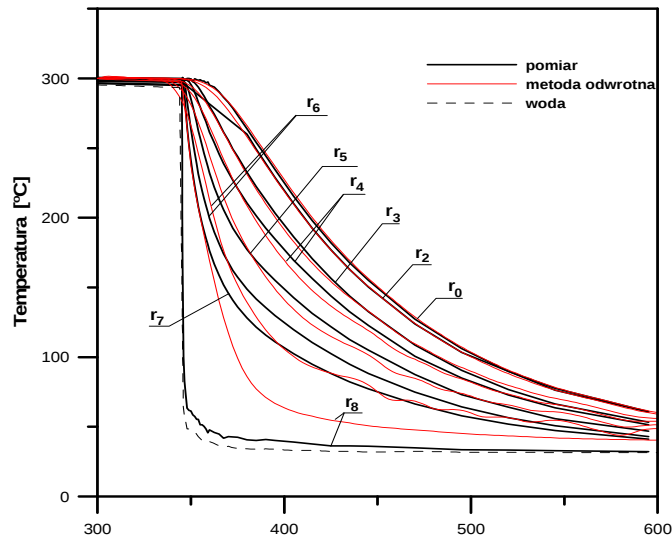


Rys. 2. Model zbiornika ciśnieniowego oraz położenie termoelementów na grubości ścianki

Fig. 2. Model of a pressure vessel and the position of thermocouples through the wall thickness

Następnie model nagle schłodzono zimną wodą. Wodę doprowadzono z dołu za pomocą rury zainstalowanej wewnątrz cylindra, po czym wtłoczono przez system dysz na całą jego wewnętrzną powierzchnię. Ciśnienie w cylindrze było utrzymywane na poziomie 5 MPa podczas całego eksperymentu. Przebiegi temperatury w wybranych punktach cylindra i historia temperatury wody zostały zarejestrowane na komputerze za pomocą układu akwizycji danych. Zmierzone przebiegi przedstawiono na rysunku 3.

Następnie zmierzony przebieg temperatury na powierzchni zewnętrznej cylindra, który oznaczono punktem nr 0 na rysunku 2, został wykorzystany jako jedna z danych pomiarowych dla proponowanej metody. Ściankę cylindra podzielono na 9 objętości skończonych. Porównanie obliczonych i zmierzonych przebiegów temperatury w wybranych węzłach przedstawiono na rysunku 3. Można zauważyć, że zgodność zmierzonych i obliczonych temperatur jest wysoka. Pewne różnice występują blisko powierzchni wewnętrznej i na tej powierzchni. Zmierzona temperatura powierzchni wewnętrznej jest niższa od obliczonej. Powodem jest inny sposób pomiaru. W przeciwieństwie do termopar, mierzących temperaturę na grubości ścianki, które zostały zainstalowane poprzez wywiercenie otworów od powierzchni zewnętrznej, temperatura powierzchni wewnętrznej jest mierzona za pomocą termopary zainstalowanej bezpośrednio na tej powierzchni. Z tego powodu jej temperatura jest bliższa temperaturze płynu niż rzeczywistej temperaturze powierzchni wewnętrznej.

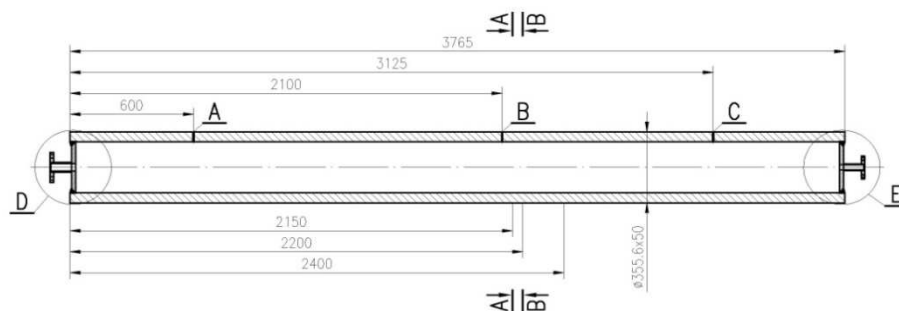


Rys. 3. Porównanie zmierzonych i obliczonych temperatur w węzłach 2, 3, 4, 5, 6 i 8 (rys. 2)

Fig. 3. Comparison of measured and calculated temperature at the nodes 2, 3, 4, 5, 6, 8 (fig. 2)

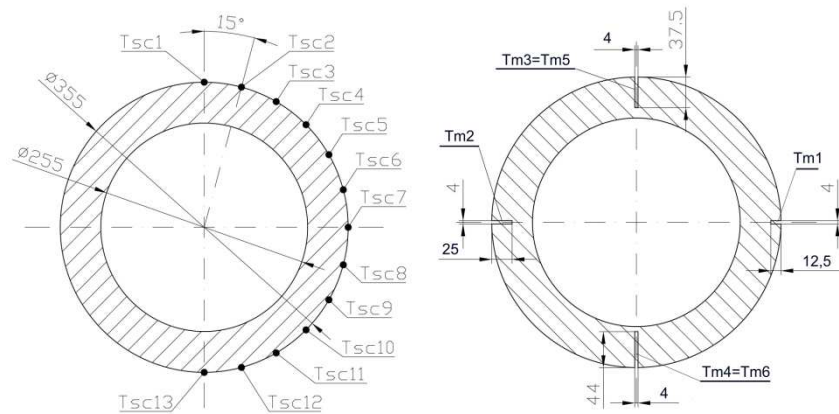
2.2. Eksperymentalna weryfikacja w zagadnieniu dwuwymiarowym

Badania przeprowadzono podczas procesu nagrzewania kolektora parowego znajdującego się w Laboratorium Instytutu Maszyn i Urządzeń Energetycznych Politechniki Krakowskiej [4]. Kolektor parowy wykonany z żarowytrzymałej stali P91 o wymiarach: $D_z = 355$ mm, $D_w = 255$ mm. pokazano na rysunku 4. W punktach A, B oraz C zamontowane zostały przemysłowe czujniki temperatury do pomiaru temperatury pary. W przekroju A-A zamocowane zostały termopary mierzące temperaturę powierzchni zewnętrznej natomiast w przekroju B-B realizowany jest pomiar temperatury ścianki na czterech różnych głębokościach (rys. 5).



Rys. 4. Przekrój wzdłużny kolektora parowego, na podstawie [4]

Fig. 4. The longitudinal section of a steam header, based on [4]

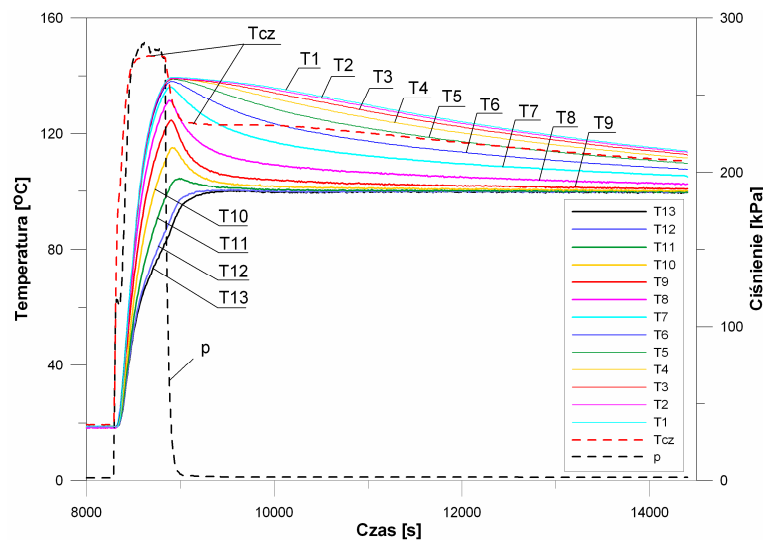


Rys. 5. Przekrój poprzeczny kolektora parowego A-A i B-B

Fig. 5. The cross section of a steam header A-A and B-B

Do pomiaru temperatury na grubości ścianki wykorzystywane są cztery termopary płaszczone NiCr-NiAl o średnicy 3 mm rozmieszczone co 90° na różnych głębokościach na obwodzie w odległości 2200 mm od wlotu pary.

Na stanowisku laboratoryjnym przeprowadzono nagrzewanie kolektora przepuszczając przez niego parę otrzymaną z kotła. Przebieg temperatury i ciśnienia pary przepływającej przez kolektor pokazano na rys. 6.

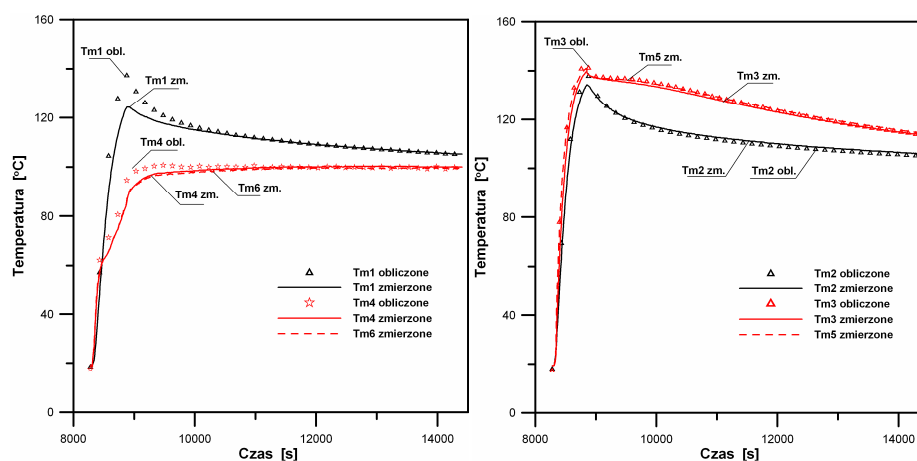


Rys. 6. Zmierzone przebiegi ciśnienia i temperatury pary oraz temperatury kolektora w trzynastu punktach na zewnętrznej powierzchni (1- punkt górny, 13-punkt dolny)

Fig. 6. Measured steam pressure, steam temperature and temperature of a collector at thirteen points on the outer surface (1 -upper point, 13 - lower point)

Dodatkowo na rys. 6 pokazano przebiegi zmierzonej temperatury kolektora w trzynastu punktach na jego zewnętrznej izolowanej cieplnie powierzchni. Opracowana metoda odwrotna zastosowana została do odtworzenia nieustalonego pola temperatury w przekroju kolektora na podstawie zmierzonych przebiegów temperatury w trzynastu punktach na jego powierzchni zewnętrznej.

Otrzymany nieustalony rozkład temperatury zweryfikowano następnie przez porównanie przebiegów temperatury w tych punktach wewnątrz ścianki kolektora, w których mierzone były temperatury. Miejsca pomiaru temperatury ścianki na różnych głębokościach pokazano na rys. 5. Porównanie obliczonych i zmierzonych przebiegów temperatury przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Porównanie zmierzonych i obliczonych temperatur w punktach na grubości kolektora

Fig. 7. Measured and calculated temperatures at points through the steam header thickness

Większe różnice pojawiają się jedynie w przypadku temperatury $Tm1$ zmierzonej blisko powierzchni zewnętrznej. Są one spowodowane gorszą izolacją cieplną z tej strony kolektora.

3. Wnioski

W artykule przedstawiono metodę rozwiązywania odwrotnego problemu przewodzenia ciepła sformułowaną przy wykorzystaniu bilansowej metody elementów skończonych. W pracy pokazano doświadczalne weryfikacje proponowanej metody. Dla weryfikacji jednowymiarowej można zauważyć dużą zgodność zmierzonych i obliczonych temperatur. Pewne różnice występują blisko powierzchni wewnętrznej i na tej powierzchni. Weryfikację dwuwymiarową przeprowadzono dla identyfikacji nieustalonego pola temperatury w przekroju kolektora parowego na podstawie zmierzonych przebiegów temperatury w trzynastu punktach na jego zewnętrznej, izolowanej powierzchni. Otrzymany

nieustalony rozkład temperatury zweryfikowano następnie przez porównanie przebiegów temperatury w tych punktach wewnątrz ścianki kolektora, w których mierzone były temperatury. Dla weryfikacji dwuwymiarowej otrzymano również dużą zgodność zmierzonych i obliczonych temperatur.

Literatura

- [1] Duda P.: Monitorowanie cieplno-wytrzymałościowych warunków pracy ciśnieniowych elementów urządzeń energetycznych. Monografia PK, z. 81, Kraków 2004.
- [2] Duda P.: Metoda krocząca do rozwiązywania nieliniowych odwrotnych zagadnień wymiany ciepła, praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 1997.
- [3] Duda P., Taler J., Roos E.: Inverse Method for Temperature and Stress Monitoring in Complex-Shape-Bodies, Nuclear Eng. Design, 3960 (2003) 1-17.
- [4] Sobota T.: Stanowisko do badań komputerowych układów do ciągłego nadzoru eksploatacji kotłów energetycznych, WTiUE, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Praca pod redakcją J. Talera, Kraków 2007, s. 577-586.
- [5] Taler J., Duda P.: Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła, WNT, Warszawa 2003.

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE METHOD FOR SOLVING AN INVERSE HEAT CONDUCTION PROBLEM

Summary

In some elements of power equipment occur problems with identifying some boundary conditions. Approximate estimate of a difficult to determine boundary condition, in order to solve the problem by using direct method, can lead to significant errors. In this paper, the reverse method is presented which can be used for possible accurate determination of the transient temperature field in spite of some unspecified thermal boundary conditions. The method can be used for solving simple one-dimensional problems and both simple and complex two-dimensional problems. Two experimental verifications of the proposed method are shown in this paper: one-dimensional and two-dimensional.

Keywords: heat transfer, inverse methods, identification, monitoring

DOI: 10.7862/rm.2014.21

Otrzymano/received: 15.05.2014

Zaakceptowano/accepted: 27.05.2014