

Józef JASICZAK¹
Marcin KANONICZAK²

ZASADNOŚĆ PRZYJMOWANIA NORMOWYCH WARTOŚCI f_{ci} ORAZ f_{cm} PRZY SZACOWANIU KLASY BETONU DLA MAŁEJ PRÓBY

Przedmiotem analizy są normowe wartości f_{ci} oraz f_{cm} przy szacowaniu klasy betonu dla małej próby. W minionych latach zmieniło się podejście do szacowania tych wartości i istnieje uzasadniona obawa o zakwalifikowanie betonu do niższej klasy mimo, że ciąg wartości z tzw. małej próby o tym nie świadczy. Ponieważ ostatecznie klasę betonu określa się ex post po wykonaniu konstrukcji konsekwencje dla wykonawcy, który nie dotrzymał projektowanej klasy betonu, są daleko idące. W artykule przeanalizowano dwa ciągi wyników badań wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskane podczas budowy obwodnicy autostradowej miasta Poznania. W wyniku obliczeń zaproponowano konieczne wartości dwóch wymienionych parametrów by spełnić warunek bezpieczeństwa konstrukcji.

Słowa kluczowe: wytrzymałość betonu, mała próba statystyczna, wartości normowe

1. Wstęp

Produkcja mieszanki betonowej obciążona jest licznymi wpływami związanymi zarówno z niejednorodnością samych składników jak i wieloma zakłóceniami typu losowego, na który wpływ mają zarówno dokładność dozowania komponentów jak i zewnętrzne warunki środowiskowe. W przypadku długotrwałego betonowania (np. budowa autostrady z betonu cementowego) o parametrach technicznych wykonanego betonu wnioskuje się na podstawie próby losowej lub ciągu prób losowych będących składnikami populacji. Prognozuje się więc cechy wytrzymałościowe konstrukcji a priori na podstawie analizy prób pobieranych w trakcie jej wykonywania a ocenę rzeczywistą można wykonać dopiero ex post po jej zakończeniu. Jest rzeczą zrozumiałą, że kontroler chce

¹ Autor do korespondencji / corresponding author: Józef Jasiczak, Instytut Konstrukcji Budowlanych Politechniki Poznańskiej, 60-965 Poznań, tel. 6652454, jozef.jasiczak@put.poznan.pl

² Marcin Kanoniczak, Instytut Konstrukcji Budowlanych Politechniki Poznańskiej, 60-965 Poznań, tel. 6652862, marcin.kanoniczak@put.poznan.pl

pobierać próbę jak najmniej liczną, ale wtedy wiarygodność takiej oceny jest najniższa [4, 7]. Powstaje pytanie o licznosc próby i wartosci parametrów oceny wytrzymałości betonu na ściskanie oraz o ich interpretacje [3, 5, 6].

2. Normowe podejście do zagadnień szacowania wytrzymałości betonu

Rozróżnić należy wcześniejsze kryteria zgodności, opisane w normie PN-88/B-06250 Beton zwykły i obecnie obowiązujące przyjęte w normie PN-EN 206-1: „Beton – część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność” [1-2].

Zachowując oznaczenia przyjęte w wymienionych normach mamy odpowiednio następujące kryteria zgodności.

Norma PN-88/B – 06250 :

- minimalna wytrzymałość w serii n badanych próbek (w zależności od n):

$$n = 3 \div 4, R_{i \min} \geq 1,15 R_b^G,$$

$$n = 4 \div 8, R_{i \min} \geq 1,10 R_b^G, \quad (1)$$

$$n = 9 \div 14, R_{i \min} \geq 1,05 R_b^G,$$

- przy braku spełnienia wymienionych zależności podwójne kryterium zgodności dla $n = 3 \div 14$ w postaci :

$$R_{i \min} \geq R_b^G \text{ oraz } R_{\text{sr}} \geq 1,2 R_b^G, \text{ (tj. } R_b^G + 0,2 R_b^G) \quad (2)$$

- a dla próby $n \geq 15$ kryterium pojedyncze w postaci :

$$R_{\text{sr}} - 1,64 s_R \geq R_b^G. \quad (3)$$

Norma PN-EN 206 - 1:

- podwójne kryterium zgodności dla $n = 3$ (produkcja początkowa); średnia i minimalna wartość wytrzymałości:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 4 \quad (4)$$

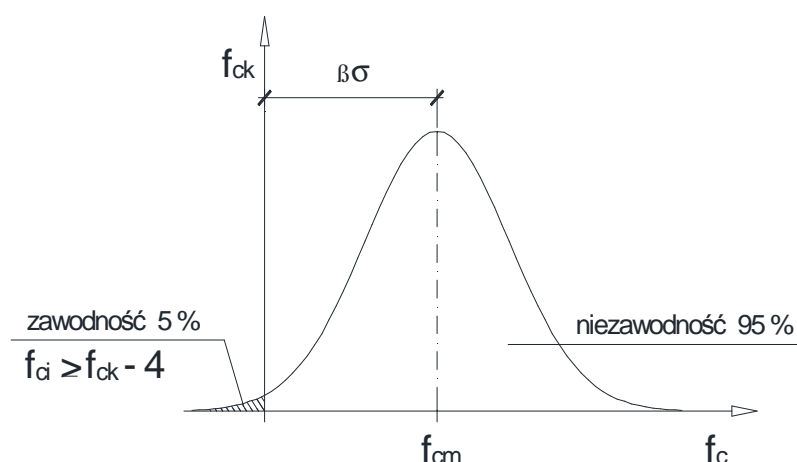
$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4,$$

- produkcja ciągła $n \geq 15$, kryterium zgodności

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48 \sigma, \quad (5)$$

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4$$

Porównując zaproponowane w obu normach kryteria zgodności można powiedzieć, iż dla próby $n \geq 15$ podejście jest podobne, choć zamiast pierwotnego współczynnika $\beta = 1,64$ wprowadzono niższą wartość 1,48, ale dla oszacowania minimalnej wartości pojedynczego wyniku badań zauważa się znaczne różnice, gdyż zamiast $f_{ci} \geq \alpha f_{ck}$ mamy $f_{ci} \geq f_{ck} - 4$. Jest to więc przeniesienie minimalnego wyniku wytrzymałości ze strefy niezawodności do strefy zawodności co obrazuje rys. 1.



Rys. 1. Zmienna losowa wytrzymałości betonu na ściskanie opisana rozkładem normalnym (f_{cm} , σ)

Fig. 1. Random variable of strength of concrete described by the normal distribution (f_{cm} , σ)

Szacowanie średniej dla małej próby uzależniano poprzednio od wartości f_{ck} (warunek 2), co dla klas betonu C16/20, C20/25, C30/37, C35/45 ... dawało odpowiednio składniki +4, +5, +7,4, +9 ... , podczas gdy obecnie mamy tylko +4 dla wszystkich klas betonu.

Istnieje więc obawa, iż pobierając cyklicznie małe próby można błędnie oszacować klasę betonu i obniżyć tym samym bezpieczeństwo konstrukcji.

3. Eksperymenty obliczeniowe

Dla ilustracji powyższych tez wykonano dwa eksperymenty obliczeniowe dotyczące szeregów czasowych wytrzymałości najczęściej stosowanych w budownictwie klas betonu C30/37 i C35/45. Przeanalizowano dwa ciągi rzeczywistych wyników badań wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskane podczas budowy obwodnicy autostradowej miasta Poznania. Eksperyment wyjściowy polega na obliczeniu rzeczywistej wartości f_{ck} dla obu zbiorów wyników według formuły (3) i (5) według histogramów częstości względnych dla tych zbiorów oraz obliczeniu wartości f_{cm} dla małych prób o licznosciach $n = 1, 2, 3, 4 \dots \dots 14$. Dla wyznaczenia ciągu wartości f_{cm} jako średniej prób o zmiennych war-

tościach skorzystano z arkusza kalkulacyjnego EXCEL. W drugim eksperymencie założono hipotetycznie, że $\leq 5\%$ wyników minimalnych wykazuje wartości zgodne z formułą $f_{ci} = f_{ck} - 4$. Wynoszą one odpowiednio dla przyjętych dwóch klas betonu 33 MPa i 41 MPa. Po raz drugi obliczono wartości f_{cm} dla małych prób o licznosciach $n = 1, 2, 3, 4, \dots, 14$. Wyniki obliczeń przedstawiają się następująco.

3.1. Beton klasy C30/37

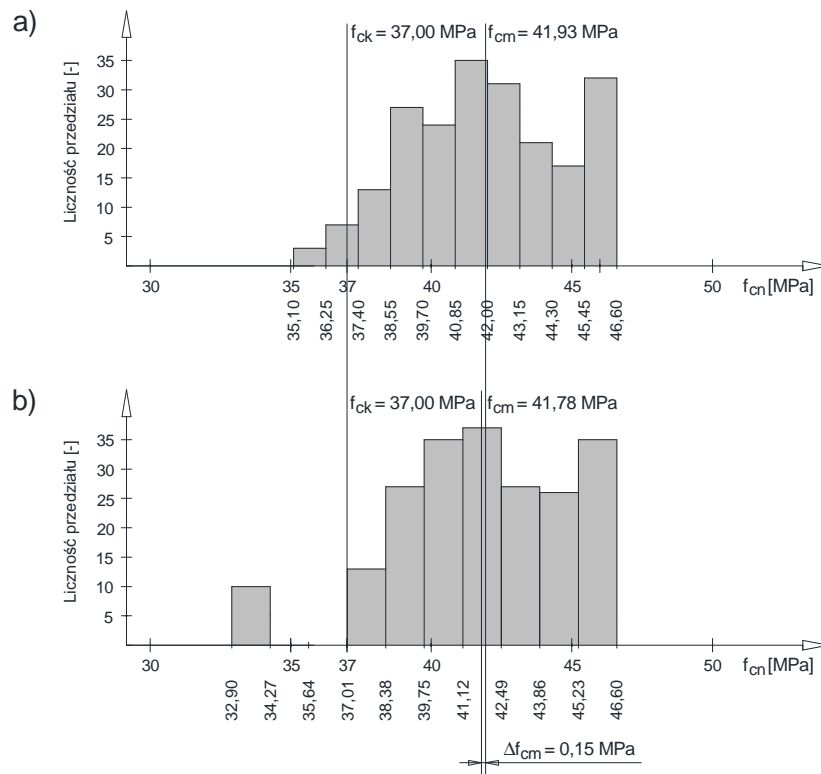
Kierując się formułami (3) i (5) obliczono :

- dla zbioru rzeczywistego o $n = 210$:

$$f_{ck} = 41,93 - 1,645 \times 2,73 = 37,44 \text{ MPa} > \text{niż wymagania dla C30/37}$$

$$f_{ck} = 41,93 - 1,480 \times 2,73 = 37,89 \text{ MPa} > \text{niż wymagania dla C30/37}$$

(6)



Rys. 2. Histogramy zbioru wytrzymałości betonu klasy C30/37 o licznosci $n = 210$ dla zbioru rzeczywistego i z wprowadzonymi wartościami $f_{ci} = 33 \text{ MPa}$

Fig. 2. Histogram of set strength of concrete C30/37 class for $n = 210$ and real set and with the $f_{ci} = 33 \text{ MPa}$

- dla zbioru o $n = 210$ w którym $\leq 5\%$ wyników nadano wartość 33 MPa:

$$f_{ck} = 41,78 - 1,645 \times 3,09 = 36,70 \text{ MPa} < \text{niż wymagania dla C30/37}$$

(7)

$$f_{ck} = 41,78 - 1,480 \times 3,09 = 37,21 \text{ MPa} > \text{niż wymagania dla C30/37}$$

Histogramy częstości względnych dla obu zbiorów przedstawiono na rys. 2.

Dalszą analizę przeprowadzono odnośnie wartości f_{cm} obliczonych dla opisanych na rysunku 2 zbiorów rzeczywistego i skorygowanego. Wyniki obliczeń zamieszczono w tabelach 1-2. W pierwszych trzech kolumnach podano: kolejność pojawienia się poszczególnych pojedynczych wyników badań od $i = 1$ do $n = 210$, wartości pojedynczych wyników badań, wartość $f_{ck} = 37,0$ MPa. W drugiej części tabeli, w 14 kolumnach podano średnie dla zbiorów o licznosciach od 1 do 14.

Tabela 1. Obliczenie wartości f_{cm} dla licznosci próbek $n = 1$ do $n = 14$ Table 1. Calculation of f_{cm} value for the sample number $n = 1$ to $n = 14$

C30/37			Wartości średnie dla podzbiorów o licznosciach od $n = 1$ do $n = 14$													
L.p.	f_{ci}	f_{ck}	f_{cm}													
			$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$	$n = 13$	$n = 14$
1	46,5	37,0	46,5													
2	41,3	37,0	41,3	43,9												
3	38,1	37,0	38,1	39,7	42,0											
4	37,1	37,0	37,1	37,6	38,8	40,8										
5	37,1	37,0	37,1	37,1	37,4	38,4	40,0									
6	36,7	37,0	36,7	36,9	37,0	37,3	38,1	39,5								
7	46,6	37,0	46,6	41,7	40,1	39,4	39,1	39,5	40,5							
8	43,6	37,0	43,6	45,1	42,3	41,0	40,2	39,9	40,1	40,9						
9	46,5	37,0	46,5	45,1	45,6	43,4	42,1	41,3	40,8	40,9	41,5					
10	41,8	37,0	41,8	44,2	44,0	44,6	43,0	42,1	41,3	40,9	41,0	41,5				
11	46,6	37,0	46,6	44,2	45,0	44,6	45,0	43,6	42,7	42,0	41,6	41,5	42,0			
12	45,7	37,0	45,7	46,2	44,7	45,2	44,8	45,1	43,9	43,1	42,4	42,0	41,9	42,3		
13	46,6	37,0	46,6	46,2	46,3	45,2	45,4	45,1	45,3	44,3	43,5	42,8	42,4	42,3	42,6	
14	46,3	37,0	46,3	46,5	46,2	46,3	45,4	45,6	45,3	45,5	44,5	43,8	43,1	42,7	42,6	42,9
(...)																
210	45,9	37,0	45,9	46,2	45,8	45,9	44,8	44,1	43,7	43,3	42,8	42,4	42,6	42,4	42,4	42,3
Min.	35,2	37,0	35,2	36,9	37,0	37,3	38,0	38,1	38,3	38,2	38,4	38,4	38,3	38,4	38,7	38,8
Maks.	46,6	37,0	46,6	46,5	46,3	46,3	45,8	45,7	45,7	45,5	45,4	45,5	45,3	45,3	45,2	45,3
\bar{f}_{cm}	42,0	37,0	42,0	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9	41,9

Tabela 2. ma identyczny układ, jedynie w kolumnie 2 dla licznosci $n < 5\%$ wyników wprowadzono normowa wartość $f_{ci} = 33,0$ MPa. W dolnych trzech wierszach podano wartości minimalne poszczególnych wyników badań lub sum, maksymalne wartości wyników badań lub sum wartości średnie z analizowanych danych.

Tabela 2. Obliczenie wartości f_{cm} dla liczności próbek $n = 1$ do $n = 14$ Table 2. Calculation of f_{cm} value for the sample number $n = 1$ to $n = 14$

C30/37			Wartości średnie dla podzbiorów o licznosciach od $n = 1$ do $n = 14$														
L.p.	f_{ci}	f_{ck}	f_{cm}														
			$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$	$n = 13$	$n = 14$	
1	46,5	37,0	46,5														
2	41,3	37,0	41,3	43,9													
3	38,1	37,0	38,1	39,7	42,0												
4	33	37,0	33	35,6	37,5	39,7											
5	33	37,0	33	33,0	34,7	36,4	38,4										
6	33	37,0	33	33,0	33,0	34,3	35,7	37,5									
7	46,6	37,0	46,6	39,8	37,5	36,4	36,7	37,5	38,8								
8	43,6	37,0	43,6	45,1	41,1	39,1	37,8	37,9	38,4	39,4							
9	46,5	37,0	46,5	45,1	45,6	42,4	40,5	39,3	39,1	39,4	40,2						
10	41,8	37,0	41,8	44,2	44,0	44,6	42,3	40,8	39,6	39,5	39,7	40,3					
11	46,6	37,0	46,6	44,2	45,0	44,6	45,0	43,0	41,6	40,5	40,2	40,4	40,9				
12	45,7	37,0	45,7	46,2	44,7	45,2	44,8	45,1	43,4	42,1	41,1	40,8	40,8	41,3			
13	46,6	37,0	46,6	46,2	46,3	45,2	45,4	45,1	45,3	43,8	42,6	41,6	41,3	41,3	41,7		
14	46,3	37,0	46,3	46,5	46,2	46,3	45,4	45,6	45,3	45,5	44,1	43,0	42,1	41,7	41,7	42,0	
(...)																	
210	45,9	37,0	45,9	46,2	45,8	45,9	44,8	44,1	43,7	43,3	42,8	42,4	42,6	42,4	42,4	42,3	
Min.	33,0	37,0	33,0	33,0	33,0	34,3	35,7	36,7	37,3	36,7	37,2	37,3	37,3	37,4	37,8	38,0	
Maks.	46,6	37,0	46,6	46,5	46,3	46,3	45,8	45,7	45,7	45,5	45,4	45,5	45,3	45,3	45,2	45,3	
f_{cm}	41,8	37,0	41,8	41,8	41,7	41,7	41,7	41,7	41,8	41,8	41,8	41,8	41,8	41,8	41,8	41,8	

3.2. Beton klasy C35/45

Kierując się formułami (3) i (5) obliczono:

- dla zbioru rzeczywistego o $n = 184$:

$$f_{ck} = 50,29 - 1,645 \times 3,18 = 45,06 \text{ MPa} > \text{niż wymagania dla C35/45}$$

(8)

$$f_{ck} = 50,29 - 1,480 \times 3,18 = 45,58 \text{ MPa} > \text{niż wymagania dla C35/45}$$

- dla zbioru o $n = 184$ w którym $\leq 5\%$ wyników nadano wartość 41 MPa:

$$f_{ck} = 50,16 - 1,645 \times 3,58 = 44,27 \text{ MPa} < \text{niż wymagania dla C35/45}$$

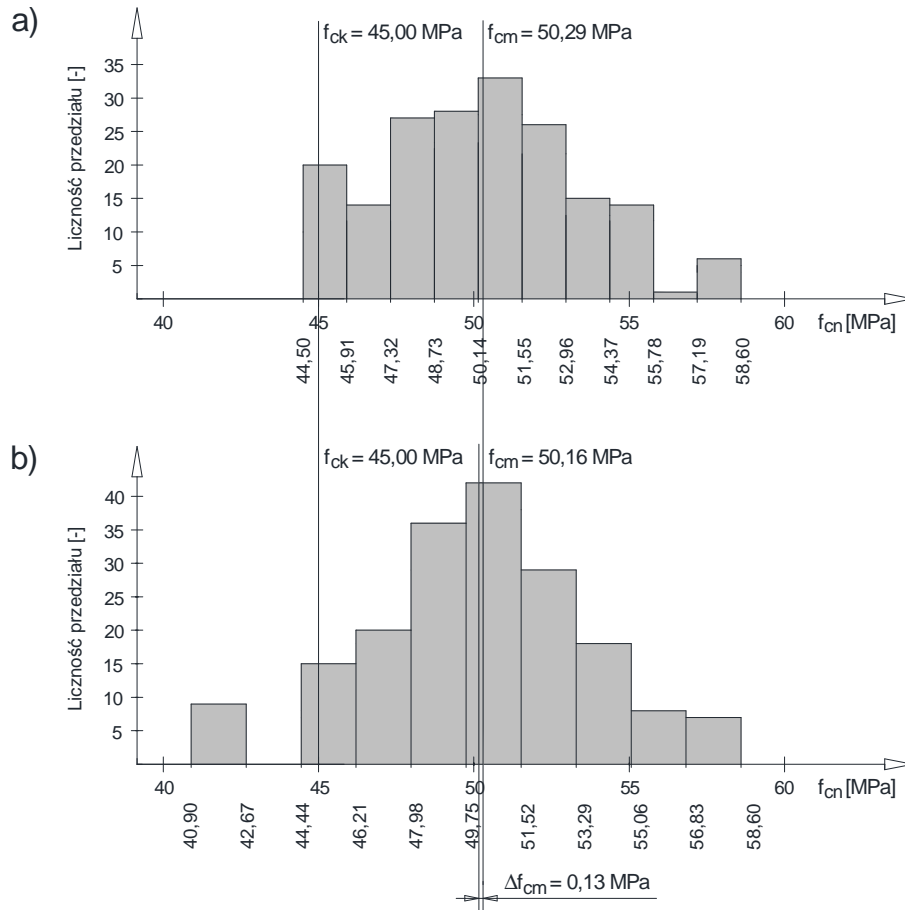
(9)

$$f_{ck} = 50,16 - 1,480 \times 3,58 = 44,86 \text{ MPa} < \text{niż wymagania dla C35/45}$$

Histogramy częstości względnych dla obu zbiorów przedstawiono na rys. 3.

Dalszą analizę przeprowadzono odnośnie wartości f_{cm} obliczonych dla opisanych na rysunku 3 zbiorów rzeczywistego i skorygowanego.

Wyniki obliczeń zamieszczono w tabelach 3-4. W pierwszych trzech kolumnach podano: kolejność pojawienia się poszczególnych pojedynczych wyników badań od $i = 1$ do $n = 184$, wartości pojedynczych wyników badań, wartość $f_{ck} = 45,0 \text{ MPa}$.



Rys. 3. Histogramy zbioru wytrzymałości betonu klasy C35/45 o licznosci $n = 184$ dla zbioru rzeczywistego i z wprowadzonymi wartościami $f_{ci} = 41 \text{ MPa}$

Fig. 3. Histogram of set strength of concrete C35/45 class for $n = 184$ and real set and with the $f_{ci} = 41 \text{ MPa}$

W drugiej części tabeli, w 14 kolumnach podano średnie dla zbiorów o licznosciach od 1 do 14. Tabela 4. ma identyczny układ, jedynie w kolumnie 2 dla licznosci $n < 5\%$ wyników wprowadzono normowa wartość $f_{ci} = 41,0 \text{ MPa}$. W dolnych trzech wierszach podano wartości minimalne poszczególnych wyników badań lub sum, maksymalne wartości wyników badań lub sum, wartości średnie. Uzyskane wyniki skomentowano także w punkcie 4 i wnioskach.

4. Analiza wyników badań

Analizie poddano dwa rzeczywiste i zamknięte zbiory wyników badań wytrzymałości betonu na ściskanie, co do których nie ma wątpliwości, że spełniona została klasa betonu określona w specyfikacji budowlanej i to zarówno zgodnie z formułą (3) jak i (5). Założono hipotetycznie, że z tak określonej populacji dokonywano wnioskowania o parametrach betonu na podstawie prób mniejszych od 14. Wartości f_{ci} dla obu zbiorów wyniosły odpowiednio:

- klasa betonu C30/37 - $f_{ci} = 35,2 \text{ MPa} > 33,0 \text{ MPa}$,
 - klasa betonu C35/45 - $f_{ci} = 44,6 \text{ MPa} > 41,0 \text{ MPa}$,
- a więc były znacząco większe od dopuszczalnych w normie [2] a nieco mniejsze, niż zalecane w poprzedniej normie [1].

Średnie wartości f_{cm} wyniosły:

- klasa betonu C30/37
 $f_{cm} = 42,0 \text{ do } 41,9 \text{ MPa} > 37,0 + 4 = 41,0 \text{ MPa}$, wg [2]
ale $< 37,0 + 0,2 \times 37 = 44,4 \text{ MPa}$ wg [1],
- klasa betonu C35/45
 $f_{cm} = 50,3 \text{ do } 50,4 \text{ MPa} > 45,0 + 4 = 49,0 \text{ MPa}$, wg [2]
ale $< 45,0 + 0,2 \times 45 = 54,0 \text{ MPa}$ wg [1].

Przyjmując w następnych przykładach wartości f_{ci} na poziomie normy [2], tj. odpowiednio 33,0 MPa i 41,0 MPa dla wprowadzonych zamiennie wartości $< 5\%$ tych wyników mamy przede wszystkim w trzech przypadkach niedotrzymanie wymaganych klas betonu, co jest jednoznaczne z dyskwalifikacją całych partii.

Wartości f_{cm} uległy nieznacznemu obniżeniu w stosunku do zbiorów rzeczywistych i wynoszą odpowiednio :

- klasa betonu C30/37 - $f_{cm} = 41,7 \text{ do } 41,8 \text{ MPa} > 41,0 \text{ MPa}$,
- klasa betonu C35/45 - $f_{cm} = 50,1 \text{ do } 50,3 \text{ MPa} > 49,0 \text{ MPa}$.

5. Wnioski

Autorzy opracowania, mając na względzie ogólne warunki bezpieczeństwa konstrukcji, podjęli dyskusyjny temat normowego szacowania parametrów f_{ci} i f_{cm} na podstawie tzw. małej próby wyników badań o liczności $n \leq 14$. Poddane krytycznej ocenie rzeczywiste szeregi czasowe wyników badań wytrzymałości betonu na ściskanie pozwalają zaproponować następujące wartości tych parametrów :

- minimalna wartość pojedynczego wyniku $f_{ci} \geq f_{ck}$, MPa,
- wartość średnia wytrzymałości $f_{cm} \geq f_{ck} + 6$, MPa, co byłoby zgodne z załącznikiem A [2], w którym zaproponowano zapas dla f_{ck} dla początkowych oszacowań na poziomie $6 \div 12 \text{ MPa}$, w zależności od uwarunkowań technologicznych.

Zwraca się jednocześnie uwagę, iż w Eurokodzie 2 formuła szacowania wartości średniej ma postać $f_{ck} + 8$, MPa, bez względu na wartość klasy betonu.

Przyjmowanie dotychczasowych (a więc mniejszych od zaproponowanych) wartości parametrów podstawowych f_{ci} i f_{cm} przesuwają zbiory wyników w stronę strefy zawodności, a więc i obniżania bezpieczeństwa konstrukcji betonowej. Problem odpowiedzialności za ryzyko niedoszacowania wartości wyników oznaczeń zawiera praca [7].

Praca wykonana w ramach tematu: IB - DS 11-601/17

Literatura

- [1] PN-88/ B-06250 Beton zwykły.
- [2] PN-EN-206-1: 2003 „Beton – część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność”.
- [3] Bajorek G., i in.: Beton. Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność. Podręcznik SPBT do znowelizowanej normy PN-EN 206:2014-04, s. 181.
- [4] Brunarski L.: Wyznaczanie niepewności wyników badań wytrzymałościowych. Poradnik, 435/2008, ITB, Warszawa, s. 56.
- [5] Jain A., Zongker D.: Feature selection: evaluation, application and small sample performance. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Vol. 19. No. 2. February 1997, p. 153-158.
- [6] Kośny M., Peterek P.: Wielkość próby a istotność wnioskowania statystycznego. Didactics of Mathematics, No. 8(12), 2011, s. 71-80.
- [7] Skrzypczak I.: Analiza kryteriów oceny jakości betonu oraz ich wpływu na ryzyko producenta i odbiorcy. Rzeszów 2013, s. 166.

JUSTIFIED ADOPTION OF NORMATIVE VALUES f_{ci} AND f_{cm} IN THE ESTIMATION OF CONCRETE CLASSIFICATION FOR SMALL SAMPLES

Summary

The subject of the analysis are normative values f_{ci} and f_{cm} in the estimation of concrete class for a small sample. In the past years, the approach to estimating these values has changed and there is a well-grounded concern that concrete will be classified as lower class concrete, despite the fact that the value chain from the so called small sample does not justify it. Because ultimately concrete class is defined ex post after the erection of a structure, there will be far reaching consequences for the contractor who has not met the designed class of concrete. The paper analyses two series of test results for the compressive strength of concrete obtained during the construction of motorway ring road of the city of Poznan. After making calculations, necessary values of the two above mentioned parameters were proposed to meet the safety requirements of the structure.

Keywords: compressive strength of concrete, small statistical sample, normative values

Przesłano do redakcji: 15.06.2017 r.

Przyjęto do druku: 01.09.2017 r.