

Kinga BRÓZDA<sup>1</sup>  
 Jacek SELEJDAK<sup>2</sup>

## ANALIZA NOŚNOŚCI NA ZGINANIE BELKI ZBROJONEJ PRĘTAMI GFRP NA PODSTAWIE AMERYKAŃSKICH I WŁOSKICH ZALECEŃ PROJEKTOWYCH

W opracowaniu omówiono wybrane właściwości kompozytowych prętów FRP (Fiber Reinforced Polymer) stosowanych do zbrojenia zginanych belek betonowych. Przedstawiono korzyści wynikające z zastosowania tego typu prętów jako zbrojenia głównego zginanych elementów oraz zaprezentowano możliwości ich zastosowania. Przeanalizowano również dostępne zalecenia dotyczące projektowania elementów zbrojonych prętami FRP oraz założenia jakie należy uwzględnić podczas procedury obliczeniowej. Wymieniono możliwe do wystąpienia mechanizmy zniszczenia zginanych belek betonowych zbrojonych prętami FRP oraz podano ich ogólną charakterystykę. Analizie poddano również procedury do wymiarowania kompozytowego zbrojenia FRP w belkach zginanych wg zbiorów zaleceń amerykańskich ACI 440.1R-06, 2006 oraz włoskich CNR-DT 203/2006. Wykonano analizę obliczeniową na podstawie zaleceń zawartych w obu zagranicznych normach tj. ACI oraz CNR-DT. W wyniku danej analizy określono różnice w otrzymanych nośnościach na zginanie dla belki betonowej zbrojonej prętami wzmocnionymi włóknem szklanym GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymers). Podczas obliczeń uwzględniono współczynnik redukujący nośność na zginanie, zależny od mechanizmu zniszczenia elementu. W oparciu o uzyskane wyniki wykazano, że dany współczynnik zapewnia bardzo duży zapas nośności. Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że różnica pomiędzy wynikami uzyskanymi w drodze obliczeń przy zastosowaniu się do obu zaleceń projektowych była nie większa niż 8%. Natomiast po uwzględnieniu współczynnika redukującego nośność zmniejszyła się o 35%, co w sumie zwiększyło różnicę do około 40%.

**Słowa kluczowe:** pręty GFRP, nośność na zginanie, belka swobodnie podparta, zbrojenie kompozytowe, zalecenia projektowe

---

<sup>1</sup> Autor do korespondencji / corresponding author: Kinga Brózda, Politechnika Częstochowa, Katedra Konstrukcji Budowlanych i Inżynierskich, ul. Akademicka 3, 42-200 Częstochowa; tel. 34 3250 924; brozda.kinga@gmail.com

<sup>2</sup> Jacek Selejdak, Politechnika Częstochowa, Katedra Konstrukcji Budowlanych i Inżynierskich, ul. Akademicka 3, 42-200 Częstochowa; tel. 34 3250 924; jaceksel@poczta.onet.pl

## 1. Wprowadzenie

Pierwsze zastosowanie zbrojenia kompozytowego FRP (Fiber Reinforced Polymer) w elemencie żelbetowym miało miejsce na początku lat 10. XX wieku. Od tamtej pory nastąpił intensywny rozkwit weryfikacji możliwości zastosowania tego typ prętów jako zbrojenia głównego w konstrukcjach betonowych [1].

Kompozytowe pręty FRP klasyfikowane są m.in. w zależności od surowca wykorzystanego podczas procesu produkcyjnego. Wyróżnia się pręty [4,5]: szklane GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymers), węglowe CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymers), aramidowe AFRP (Aramid Fiber Reinforced Polymers) oraz bazaltowe BFRP (Basalt Fibre Reinforced Polymer). Wybrane właściwości zbrojenia kompozytowego oraz wynikające z ich zastosowania korzyści przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Charakterystyka zbrojenia kompozytowego FRP oraz korzyści wynikające z ich zastosowania, na podstawie [5,6,7]

Table 1. Characteristics of FRP reinforcement and rewards of their use, based on [5,6,7]

Właściwość zbrojeniowych prętów kompozytowych	Korzyści
wysoka odporność na korozję	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zwiększona trwałość oraz wydłużony cykl życia obiektu,</li> <li>– możliwość zmniejszenia otuliny zbrojenia kompozytowego,</li> <li>– brak konieczności wykonywania częstych konserwacji oraz napraw</li> </ul>
duża wytrzymałość na rozciąganie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– możliwość zmniejszenia średnicy pręta,</li> <li>– zmniejszenie ciężaru konstrukcji</li> </ul>
zbliżony do betonu współczynnik rozszerzalności cieplnej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zmniejszone ryzyko zerwania zbrojenia oraz uszkodzeń w warstwie betonu pod wpływem zmian temperatur</li> </ul>
obojętność elektromagnetyczna, elektryczna i elektrostatyczna	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zbrojenie FRP nie powoduje strat oraz zakłóceń w pracy np. urządzeń przemysłowych,</li> <li>– możliwość wbudowania w obiektach narażonych na wpływ pól elektromagnetycznych.</li> </ul>
bardzo niska przewodność cieplna	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ograniczenie strat ciepła</li> </ul>
mała gęstość, łatwość cięcia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– lekkość,</li> <li>– ułatwienie transportu,</li> <li>– usprawnienie procesu układania zbrojenia</li> </ul>

Zbrojenie polimerowe często jest wykorzystane do realizacji betonowych elementów konstrukcyjnych, zwłaszcza tych narażonych na działanie środowiska agresywnego. W niektórych konstrukcjach żelbetowych tradycyjne zbrojenie stalowe nie zawsze umożliwia spełnienie wymogów dotyczących zapewnienia

wysokiej trwałości oraz odporności na agresywne czynniki środowiska, dlatego też zbrojenie FRP może okazać się doskonałą alternatywą dla konwencjonalnej stali zbrojeniowej [2,3]. Tego typu zbrojenie znajduje swoje zastosowanie również w obiektach przemysłowych szczególnie narażonych na oddziaływania fal elektromagnetycznych. Wówczas pręty FRP mogą posłużyć jako zbrojenie m.in. wianien elektrolitycznych czy fundamentów pod transformatory [1].

## 2. Wymiarowanie zbrojenia prętami FRP

### 2.1. Zalecenia projektowe

Aktualne zalecenia dotyczące projektowania elementów betonowych zbrojonych prętami polimerowymi stanowi zbiór norm dotyczących konstrukcji żelbetonowych, które opierają się na częściowo probabilistycznej metodzie stanów granicznych. Dostępne zalecenia, które podejmują problematykę zbrojenia prętami FRP bazują m.in. na rozwiązaniach analitycznych, lub na popartych badaniami przeprowadzonymi na próbkach prętów FRP lub zbrojonych prętami FRP elementów betonowych równaniach empirycznych [8]. Wyróżnia się cztery zagraniczne zbiory zaleceń dotyczących projektowania zbrojenia FRP w elementach betonowych: amerykański [9], kanadyjski [10], włoski [11] i japoński [12].

Z uwagi na odmiennosć właściwości mechanicznych prętów FRP w odniesieniu do prętów stalowych, wprowadzane są modyfikacje współczynników dostępnych w dotychczasowych normach żelbetonowych. Do bezpośrednich czynników pojawienia się różnic w zaleceniach projektowych elementów betonowych zbrojonych prętami kompozytowymi a stalowymi należą m.in. dużo większa wytrzymałość prętów FRP, większa sztywność prętów stalowych w porównaniu do FRP oraz liniowo – sprężysty charakter prętów FRP w całkowitym zakresie wytrzymałości [1].

Dodatkowo podczas wymiarowania zbrojenia FRP w elementach zginanych uwzględnione są założenia tj. idealna przyczepność na powierzchni styku prętów FRP z betonem, obowiązująca hipoteza płaskich przekrojów, liniowa zależność  $\varepsilon - \sigma$  dla rozciąganych prętów FRP (aż do momentu zniszczenia), wartość odkształceń granicznych w betonie  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$  (wg zaleceń amerykańskich  $\varepsilon_{cu} = 3,0\%$ ) oraz pominięcie strefy rozciąganej betonu [13].

### 2.2. Mechanizmy zniszczenia

W zginanych betonowych elementach belkowych zbrojonych prętami FRP mechanizmy zniszczenia dzielą się na trzy grupy [13]:

- zniszczenie elementu wskutek zerwania prętów,
- zmiążdżenie głębszych warstw betonu w strefie ściskanej,
- zniszczenie spowodowane obydwoma czynnikami.

Zniszczenie wskutek zerwania prętów FRP (z ang. balanced failure strain condition) określa warunki jednoczesnego uzyskania granicznego stanu od-

kształceń w zewnętrznej warstwie zbrojenie FRP oraz w betonie. Pręty kompozytowe nie posiadają cech plastycznych, zatem jeżeli w zginanym elemencie stopień zbrojenia FRP jest mniejszy od granicznego, następuje gwałtowne zerwanie prętów w wyniku działania siły rozciągającej. Z kolei w elemencie przebrojonym zniszczeniu ulega beton w wyniku zbyt dużej siły ściskającej. Ten mechanizm jest nieco mniej gwałtowny z uwagi na pewne cechy plastyczne betonu [13]. W związku z mniejszą gwałtownością zniszczenia poprzez zmiążdżenie betonu, mechanizm ten jest korzystniejszy pod względem projektowym [1].

### 2.3. Procedura obliczeniowa

Założeniem opracowania jest przeprowadzenie analizy obliczeniowej belki swobodnie podpartej celem określenia różnic w nośności elementu zginanego obliczonych wg zaleceń amerykańskich ACI [9] oraz włoskich CER-DT [11]. Procedury obliczeniowe do sprawdzenia nośności zginanych belek zbrojonych prętami FRP przedstawione zostały w tabeli 2.

Tabela 2. Procedura wymiarowania zginanych przekrojów prostokątnych zbrojonych prętami FRP, na podstawie [9, 11]

Table 2. The design procedure of flexural rectangular members reinforced with FRP bars, based on [9, 11]

Procedura wg ACI [9]	Procedura wg CNR-DT [11]
Wytrzymałość prętów FRP na zerwanie [kPa]	
$f_{fu} = C_E \cdot f'_{fu}$	$f_{fu} = 0,9 \cdot \eta_a \cdot \frac{f_{fk}}{\gamma_f}$
Stopień zbrojenia FRP belki [%]	
$\rho_f = \frac{A_f}{d \cdot b}$	$\rho_f = \frac{A_f}{d \cdot b}$
Graniczny stopień zbrojenia FRP [%]	
$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \frac{f'_c}{f_{fu}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{E_f \cdot \varepsilon_{cu}}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} + f_{fu}}$	$\rho_{fb} = \frac{\eta \cdot \lambda \cdot f_{cd}}{f_{fd}} \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{fd}}$
Nośność belki na zginanie [kN·m]	
$M_n = \begin{cases} \rho_f \cdot f_f \cdot D \cdot b \cdot d^2 & \text{if } \rho_{fb} \leq \rho_f \\ A_f \cdot f_{fu} \cdot E & \text{if } \rho_{fb} > \rho_f \end{cases}$	$M_{Rd} = \begin{cases} x_{eff} \cdot D \cdot \left(d - \frac{x_{eff}}{2}\right) & \text{if } \rho_{fb} \leq \rho_f \\ \lambda \cdot x \cdot D \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right) & \text{if } \rho_{fb} > \rho_f \end{cases}$

Tabela 2 (cd.). Procedura wymiarowania zginanych przekrojów prostokątnych zbrojonych prętami FRP, na podstawie [9, 11]

Table 2 (cont.). The design procedure of flexural rectangular members reinforced with FRP bars, based on [9, 11]

Procedura wg ACI [9]	Procedura wg CNR-DT [11]
$f_f = \sqrt{A + B} - C \leq f_{fu}$ $A = \frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4}$ $B = \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}$ $C = 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}$ $D = 1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f'_c}$ $E = d - \frac{\beta_1 \cdot c}{2}$ $c = \frac{A_f \cdot f_{fu}}{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c \cdot b}$	$f_f = \sqrt{A + B} - C \leq f_{fu}$ $A = \frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4}$ $B = \frac{\eta \cdot \lambda \cdot f_{cd}}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}$ $C = 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}$ $D = \eta \cdot b \cdot f_{cd}$ $x_{eff} = \frac{A_f \cdot f_f}{\eta \cdot b \cdot f_{cd}}$ $x = \frac{\varepsilon_c \cdot d}{\varepsilon_c + \varepsilon_{fd}}$ $\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_{fd}}{\eta \cdot \lambda \cdot \frac{f_{cd}}{\rho_f \cdot f_{fd}} - 1}$
Warunek nośności elementu na zginanie	
$\Phi \cdot M_n \geq M_{Ed}$ $\Phi = \begin{cases} 0,55 & \text{if } \rho_{fb} \geq \rho_f \\ 0,65 & \text{if } 1,4 \cdot \rho_{fb} \leq \rho_f \\ 0,3 + 0,25 \cdot \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} & \text{otherwise} \end{cases}$	$M_{Rd} \geq M_{Ed}$

$C_E, \eta_a$  – środowiskowy współczynnik redukcji [-],

$\gamma_f$  – częściowy współczynnik bezpieczeństwa zbrojenia FRP [-],

$f'_{fu}, f_{fk}$  – charakterystyczna wytrzymałość zbrojenia FRP na rozciąganie [kPa],

$f_{fu}, f_{fd}$  – obliczeniowa wytrzymałość zbrojenia FRP na rozciąganie [kPa],

$A_f$  – przekrój poprzeczny zbrojenia FRP [m<sup>2</sup>],

$b$  – szerokość przekroju [m],

$d$  – wysokość użyteczna [m],

$f'_c$  – wytrzymałość betonu na ściskanie [kPa],

$f_{cd}$  – obliczeniowa wytrzymałość betonu na ściskanie [kPa],

$f_f$  – naprężenia w rozciągającym zbrojeniu FRP [kPa],

- $E_f$  – moduł sprężystości zbrojenia FRP [kPa],  
 $\varepsilon_c$  – odkształcenia w betonie [-],  
 $\varepsilon_{cu}$  – odkształcenia graniczne w betonie [-],  
 $\varepsilon_{fd}$  – odkształcenia graniczne w zbrojeniu FRP [-],  
 $\varepsilon_c$  – odkształcenia w betonie [-],  
 $c, x$  – zasięg strefy ściskanej [m],  
 $x_{eff}$  – efektywna wysokość strefy ściskanej [m]  
 $\beta_1, \lambda, \eta$  – współczynnik zależny od klasy betonu [-],  
 $M_{Ed}$  – moment zginający [kN·m],  
 $\Phi$  – współczynnik redukujący nośność na zginanie [-].

### 3. Wyniki badań

#### 3.1. Przyjęty model obliczeniowy

Analiza obliczeniowa przeprowadzona została dla belki prostokątnej narażonej na działanie czynników zewnętrznych i przekroju o wymiarach 150x300 mm. Do obliczeń przyjęto pręty GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymers) o następujących parametrach:  $f'_{fu} = f_{fk} = 620,6$  MPa,  $\varepsilon_{fu} = 0,014$ ,  $E_f = 44,8$  GPa. Założono beton klasy C20/25, otulinę równą  $c = 35$  mm oraz zbrojenie o przekroju poprzecznym  $A_f = 6,45$  cm<sup>2</sup> (5  $\phi$ 13 mm). Nośność została określona z uwzględnieniem wszystkich współczynników, w tym redukcyjnego  $\Phi$ . Wyniki zamieszczono w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki analizy porównawczej nośności na zginanie, na podstawie [9, 11]

Table 3. Results of comparative analysis of the moment resistance, based on [9, 11]

Własność	wg ACI [9]	wg CNR-DT [11]
Wytrzymałość prętów FRP na zerwanie	$f_{fu} = 434,4$ MPa	$f_{fd} = 260,7$ MPa
Stopień zbrojenia FRP belki	$\rho_f = 1,7\%$	$\rho_f = 1,7\%$
Graniczny stopień zbrojenia FRP	$\rho_{fb} = 0,6\%$	$\rho_{fb} = 0,9\%$
Naprężenia w rozciągającym zbrojeniu FRP	$f_f = 244,1$ MPa $f_f \leq f_{fd}$	$f_f = 260,0$ MPa $f_f \leq f_{fd}$
Nośność belki na zginanie	$\rho_f \leq \rho_{fb}$ $M_n = 34,1$ kN·m $\rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb}$ $\Phi = 0,65$ $\Phi \cdot M_n = 22,2$ kN·m	$\rho_f \leq \rho_{fb}$ $M_{Rd} = 37,0$ kN·m

### 3.2. Analiza wyników

Na podstawie otrzymanych wyników stwierdzono, że różnica otrzymanych nośności wg dwóch różnych zaleceń norm zagranicznych przy założeniu tych samych parametrów belki wynosi 8% -  $M_n$  (wg ACI) <  $M_{Rd}$  (wg CNR-DT). Zarówno zalecenia amerykańskie [9], jak i włoskie [11] akceptują mechanizmy zniszczenia tj. zerwanie prętów lub/i zmiążdżenie betonu. Jednakże zbiór zaleceń amerykańskich [9] do wymiarowania zbrojenia FRP na zginanie w stanie granicznym nośności wprowadza współczynniki redukujące nośność na zginanie [1]. W przypadku oznaczania nośności elementów zginanych zbrojonych prętami FRP wg norm ACI można stwierdzić, że w porównaniu do tradycyjnych elementów żelbetowych zachowany jest bardzo duży zapas bezpieczeństwa [13]. Współczynnik  $\Phi$  jest uzależniony od zakładanego mechanizmu zniszczenia. W analizowanym przykładzie stwierdzono warian  $\rho_f \geq 1,4 \cdot \rho_{fb}$ , zatem wystąpił przypadek zmiążdżenia betonu. Po uwzględnieniu współczynnika redukcyjnego różnica nośności w obu metodach wzrosła do 40%.

### 4. Wnioski

W wyniku przeprowadzonej analizy wykazano, że różnica pomiędzy nośnościami momentowymi belki o przekroju prostokątnym, zbrojonej na zginanie prętami GFRP, obliczonymi wg amerykańskich i włoskich zaleceń projektowych, nie przekraczała 8%. Jednakże mimo znacznie lepszych właściwości wytrzymałościowych prętów FRP w odniesieniu do prętów stalowych stosowane są bardzo duże zapasy bezpieczeństwa poprzez uwzględnienie współczynników redukujących nośność, zależnych od przewidywanego mechanizmu zniszczenia. Po zastosowaniu współczynnika redukcyjnego  $\Phi$  (w procedurze amerykańskiej), nośność momentowa obniżona została o 35% (przypadek zmiążdżenia betonu). Różnice w nośnościach momentowych wzrosły w sumie do 40%, co wskazuje na nieefektywne wykorzystanie właściwości wytrzymałościowych prętów FRP.

### Literatura

- [1] Drzazga M., Kamiński M.: Pręty kompozytowe FRP jako główne zbrojenie zginanych elementów betonowych – przegląd zaleceń i efektywność projektowania, Przegląd budowlany, nr 3, 2015, s. 22-28.
- [2] Szumigała M., Pawłowski D.: Zastosowanie kompozytowych prętów zbrojeniowych w konstrukcjach budowlanych, Przegląd budowlany, nr 3, 2014, s. 47-50.
- [3] Bywalski C., Drzazga M., Kamiński M.: Zbrojenie GFRP w zginanych elementach betonowych, Materiały budowlane, nr 6, 2015, s. 68-69.
- [4] Baszkiewicz K., Selejdak J.: Zastosowanie wybranych materiałów kompozytowych w konstrukcjach mostowych, w: Wybrane interdyscyplinarne zagadnienia budownictwa. Monografie Wydziału Inżynierii Lądowej, Warszawa 2015.

- [5] Selejdak J., Brózda K.: Zastosowanie kompozytów w budownictwie zrównoważonym, w: Wybrane zagadnienia inżynierii środowiska w budownictwie. Polski Związek Inżynierów i Techników Budownictwa, Oddział Opole, Opole 2016.
- [6] <http://fiberline.com/> {dostęp 20.04.2015 r.}.
- [7] <http://www.metalsklad.com.pl/download/katalog.pdf> {dostęp 03.12.2015 r.}.
- [8] Rejment M., Trapko T.: Pręty kompozytowe do zbrojenia betonu, Materiały budowlane, nr 3, 2014, s. 46-47.
- [9] ACI 440.1R-06 Guide for the design and construction of concrete reinforced with FRP bars.
- [10] CSA-S806-02 (2002) Design and Construction of Building Components with Fibre Reinforced Polymers.
- [11] CNR-DT 203/2006 Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars.
- [12] JSCE (1997) Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Materials.
- [13] Bywalski C., Drzazga M., Kamiński M.: Obliczanie zginanych elementach zbrojonych prętami FRP, Materiały budowlane, nr 6, 2014, s. 72-73.

## **ANALYSIS OF THE FLEXURE STRENGTH OF GFRP-REINFORCED BEAM BASED ON AMERICAN AND ITALIAN DESIGN RECOMMENDATIONS**

### **S u m m a r y**

In this paper the selected properties of FRP bars (Fiber Reinforced Polymer) applicable to flexural reinforced concrete members were discussed. The benefits of using this type of bars as a main reinforcement of flexural members and the possibilities of their application were presented. The available recommendations and instructions for the design of flexural members reinforced with FRP bars and assumptions of the calculation procedure were analyzed. The possible failure modes of FRP reinforced concrete and their general characteristics were presented. The design procedures of members reinforced with FRP bars according to the recommendations of the American ACI 440.1R-06, 2006 and the Italian CNR-DT 203/2006 were analyzed and compared. Analysis based on the recommendations included in the ACI and CNR-DT was performed. As a result, the differences of moment resistance of beam reinforced with GFRP bars (Glass Fiber Reinforced Polymers) were determined. During calculations the strength reduction factor depending on the failure modes was considered. It was found that the factor provides a large capacity reserve. In the present case the difference between the obtained by calculation results were not greater than 8%. However, after considered the strength reduction factor, the moment capacity was reduced by 35%, which increased a total difference to about 40%.

**Keywords:** GFRP rebar, flexure strength, simply supported beam, FRP-reinforced concrete, design recommendations

*Przesłano do redakcji: 23.05.2016 r.*

*Przyjęto do druku: 31.03.2017 r.*