CZASOPISMO INŻYNIERII LĄDOWEJ, ŚRODOWISKA I ARCHITEKTURY
JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING, ENVIRONMENT AND ARCHITECTURE
JCEEA, t. XXXIII, z. 63 (3/16), lipiec-wrzesień 2016, s. 477-488

Tomasz ŚWIĘTOŃ[1]

TRANSFORMACJA ODWROTNA W REGULARNEJ SIATCE KOREKT JAKO METODA TRANSFORMACJI POMIĘDZY PAŃSTWOWYMI UKŁADAMI ODNIESIEŃ PRZESTRZENNYCH

Regularna Siatka Korekt stanowi znaną na świecie metodę transformacji pomiędzy układami odniesień przestrzennych. W Polsce jest wykorzystywana do transformacji pomiędzy układem 1965 i 2000. W artykule zaprezentowano trzy metody transformacji odwrotnej, w której przeliczenie odbywa się z układu „docelowego" do układu, w którym siatka została zdefiniowana: metodę polegającą na interpolacji w układzie wtórnym, metodę iteracyjną oraz zaproponowano metodę uproszczoną. Wykazano, że w przypadku Regularnej Siatki Korekt opublikowanej przez GUGiK, metoda uproszczona daje zadowalające dokładności.

Słowa kluczowe: transformacja, układy odniesienia, układy współrzędnych, regularna siatka korekt, transformacja odwrotna, grid

1. Regularna Siatka Korekt

Siatki interpolacyjne (modele grid) są powszechnie stosowane w rozmaitych aplikacjach systemów GIS. Zadaniem siatek jest modelowanie przestrzenne jakiegoś zjawiska w formie regularnej macierzy wartości. Wartości znajdujące się w węzłach siatki mogą, w zależności od potrzeb, reprezentować różne wielkości. Typowym przykładem siatki interpolacyjnej jest Numeryczny Model Terenu, w którym poszczególne wartości odpowiadają wysokościom powierzchni topograficznej.

Zastosowanie siatki interpolacyjnej (grid) do modelowania układów odniesienia skutkuje odmiennym od powszechnie stosowanych w Polsce metod, podejściem do transformacji pomiędzy układami odniesień przestrzennych. Metoda ta nie była dotychczas w Polsce popularna. Bazuje na wykorzystaniu regularnej siatki różnic współrzędnych pomiędzy dwoma układami i jest często wyko-

[1] Tomasz Świętoń, Politechnika Rzeszowska, WBISiA, Zakład Geodezji i Geotechniki, ul. Zelwerowicza 28e, 35-601 Rzeszów, 660594380, swieton@prz.edu.pl

rzystywana poza granicami naszego kraju [1,2,3]. Powszechne do niedawna metody bazowały najczęściej na wpasowanych w punkty dostosowania funkcjach wielomianowych i zastosowaniu korekt Hausbrandta. W 2014 roku, wraz z publikacją przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii programu Transpol 2.05, opublikowana została także Regularna Siatka Korekt modelująca deformacje układu 1965 i wykorzystywana do transformacji pomiędzy układami 1965 i 2000.

Szczegółowy opis koncepcji Regularnej Siatki Korekt można znaleźć w publikacjach kilku autorów, np. [2,4,5,6]. W ogólnym zarysie polega ona na stworzeniu co najmniej dwuwymiarowej siatki interpolacyjnej, zawierającej różnice pomiędzy parą współrzędnych w dwóch układach. Siatka taka może być również przedstawiana jako dwie siatki o identycznych parametrach. Lokalizacja węzłów obydwóch siatek i wielkości oczek są identyczne, ale wartości węzłów każdej z nich zawierają przesunięcia jednej ze współrzędnych. Osobną siatkę tworzy się dla współrzędnej X (lub B) i Y (lub L). Wartość przesunięć w transformowanym punkcie wylicza się przez interpolację wewnątrz oczka siatki.

$$X_B = X_A + dX_{A\Rightarrow B}, \qquad (1)$$

$$Y_B = Y_A + dY_{A\Rightarrow B}$$

gdzie:
X_A, Y_A – współrzędne w układzie pierwotnym,
X_B, Y_B – współrzędne w układzie wtórnym,
$dX_{A\Rightarrow B}$, $dY_{A\Rightarrow B}$ – korekty wyinterpolowane na podstawie Regularnej Siatki Korekt.

Znajdujące się w węzłach siatki różnice współrzędnych mogą, zależnie od przyjętej metody, być reprezentowane przez rozmaite wielkości. W najprostszym przypadku wyrażają wprost różnice współrzędnych płaskich X i Y w dwóch układach odniesienia w konkretnych, wybranych odwzorowaniach lub jedynie finalne korekty związane z deformacjami układu odniesienia. Inną, często stosowaną metodą jest wyrażenie przesunięć pomiędzy układami odniesień jako różnic pomiędzy długością i szerokością geograficzną w każdym z oczek siatki.

2. Transformacja odwrotna

Regularna Siatka Korekt jest zwykle zdefiniowana w układzie pierwotnym A i zawiera wartości pozwalające na interpolację poprawek, które w prosty sposób umożliwiają transformację do układu wtórnego B. Pewną trudność stanowi jednak wykonanie transformacji odwrotnej B $\Rightarrow$ A w oparciu o siatkę zdefiniowaną w układzie A. Ze względów praktycznych transformacja taka powinna być numerycznie spójna z transformacją w kierunku podstawowym A $\Rightarrow$ B, co oznacza, że jeśli wykonamy transformację z A do B przy pomocy wyinterpolowanych z siatki poprawek $dX_{A\Rightarrow B}$, $dY_{A\Rightarrow B}$ (porównaj wzór (1)) a następnie tak otrzymane współrzędne przetransformujemy z powrotem do układu A otrzymując współrzędne X'_A, Y'_A:

$$X'_A = X_B + dX_{B \Rightarrow A} \qquad (2)$$
$$Y'_A = Y_B + dY_{B \Rightarrow A}$$

w rezultacie powinniśmy otrzymać dokładnie współrzędne pierwotne w układzie A tzn:

$$X_A = X'_A \qquad (3)$$
$$Y_A = Y'_A$$

Oznacza to, że mając dane współrzędne w układzie B i siatkę zdefiniowaną w układzie A należy w taki sposób określić poprawki $dX_{B \Rightarrow A}$, $dY_{B \Rightarrow A}$ aby warunek (3) był spełniony z oczekiwaną dokładnością. Przez dokładność transformacji odwrotnej rozumiemy taką wartość P, że:

$$P \leq |X_A - X'_A| \text{ i } P \leq |Y_A - Y'_A| \qquad (4)$$

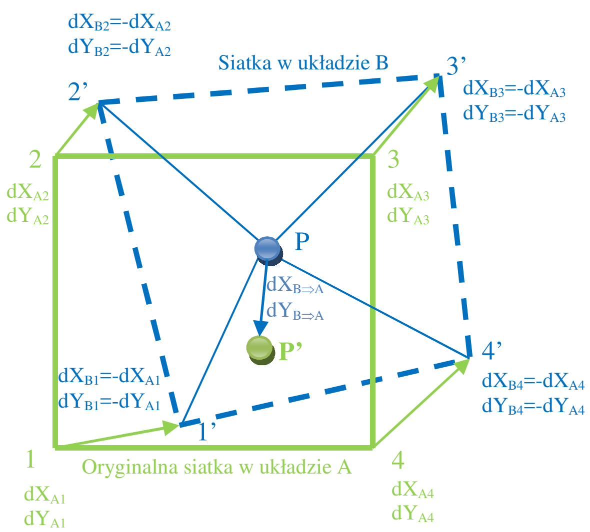
W niniejszej publikacji zaprezentowano trzy metody pozwalające na realizację tego zadania:
- interpolacja w układzie wtórnym,
- metoda iteracyjna,
- metoda uproszczona.

Metody te zostały omówione w kolejnych podrozdziałach.

2.1. Interpolacja w układzie wtórnym

Pierwsza z metod została wcześniej zasugerowana w [7]. Metoda ta zakłada interpolację poprawek do układu B w oczku siatki, której węzły zostały przetransformowane z układu A do układu B. Wykorzystanie tej metody wymaga zastosowania przybliżonego przeliczenia współrzędnych z układu B do A w celu identyfikacji oczka siatki, które powinno zostać przetransformowane. Jako metodę przybliżonego przeliczenia współrzędnych w przypadku transformacji pomiędzy układami 1965 i 2000 można wykorzystać np. przeliczenie bazujące na definicjach układu [8]. Transformacja samego oczka siatki odbywa się przy pomocy korekt zdefiniowanych w węźle siatki. Węzły 1,2,3,4, których współrzędne określone są w układzie A, transformowane są do punktów 1', 2', 3', 4' o współrzędnych określonych w układzie B (Rys. 1).

W tak zdefiniowanym oczku siatki interpolowane są poprawki $dX_{B \Rightarrow A}$, $dX_{B \Rightarrow A}$ pozwalające na wykonanie transformacji odwrotnej. Należy jednak pa-



Rys. 1. Schemat interpolacji w układzie wtórnym (opis w tekście) [źródło: opracowanie własne]

Fig. 1. Interpolation in second coordinate system (detailed description in text)

miętać o odwróceniu znaków korekt w poszczególnych węzłach w stosunku do wartości określonych w układzie pierwotnym.

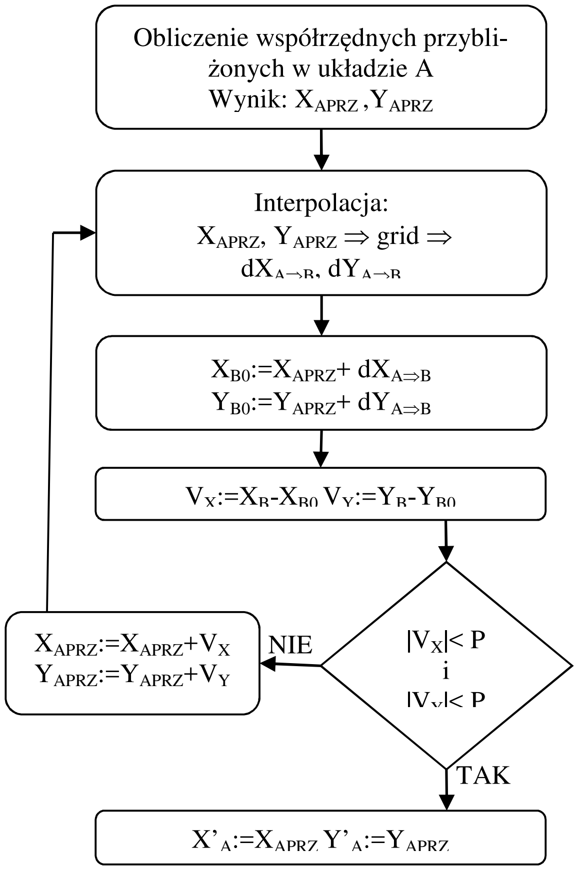
W przypadku, gdy transformacja odwrotna jest zadaniem powtarzanym wielokrotnie, możliwe jest jednorazowe przetransformowanie i zapis całej siatki w układzie B. Unika się wtedy konieczności wykonywania przybliżonego przeliczenia współrzędnych celem zidentyfikowania oczka siatki. Proces ten może być jednak czasochłonny, szczególnie, jeśli transformacji podlegałaby siatka opracowana dla znacznego obszaru (np. dla całego kraju). Ponadto siatka przetransformowana przy pomocy korekt określających rzeczywiste deformacje układu nie jest siatką regularną (oczko siatki nie jest prostokątem). Tym samym komplikują się struktury danych, zapis i wykorzystanie takiej siatki. W odróżnieniu od siatki regularnej konieczne jest pamiętanie współrzędnych każdego z węzłów siatki. Ponadto obliczenia znacznie spowalnia proces przypisania punktu do właściwego oczka siatki. Zadanie to jest znacznie bardziej złożone dla siatki nieregularnej. W przypadku transformacji pojedynczego punktu będzie to różnica niewielka, ale podczas transformacji map numerycznych składających się często z milionów elementów może to być różnica znacząca. Tym samym trwałe budowanie siatki na potrzeby transformacji odwrotnej ma w praktyce ograniczone zastosowanie.

Istotną wadą tej metody jest także to, że nie wszystkie metody interpolacji nadają się do zastosowania w nieregularnym oczku siatki. Tym samym nie zawsze jesteśmy w stanie zastosować metodę interpolacji wewnątrz oczka wykorzystaną podczas transformacji z układu pierwotnego. W rezultacie warunek (3) nie zawsze może być spełniony, co ogranicza możliwości stosowania powyższego algorytmu.

2.2. Metoda iteracyjna

Kolejnym rozwiązaniem problemu transformacji odwrotnej jest metoda iteracyjna. Zakłada ona kilkakrotne wykonywanie transformacji w obie strony w celu znalezienia jak najlepszego przybliżenia transformowanych współrzędnych. Schemat obliczeń przedstawiono na rysunku 2.

Podobnie jak w poprzedniej metodzie zakładamy, że siatka jest zdefiniowana w układzie A. Poszukujemy metody pozwalającej nam na transformację współrzędnych z układu B do A. Metoda iteracyjna umożliwia znalezienie współ-



Rys. 2. Metoda iteracyjna [źródło: opracowanie własne]

Fig. 2. Iterative method

rzędnych w układzie A z dokładnością większą niż wymagana przez nas, założona a'priori wartość P.

W pierwszej kolejności konieczne jest znalezienie przybliżonych współrzędnych w układzie A (X_{APRZ} , Y_{APRZ}). Ponownie wymaga to zastosowania jakiegoś przybliżonego algorytmu, np. przeliczenia w oparciu o definicje układów. Jeśli zdefiniowane w siatce wartości korekt są stosunkowo niewielkie (np. w siatce zdefiniowane są jedynie korekty wynikające z deformacji układu odniesienia, stanowiące tylko finalny etap całego procesu transformacji, lub w siatce zdefiniowane są wyłącznie różnice pomiędzy współrzędnymi geograficznymi na różnych elipsoidach) wówczas jako współrzędne przybliżone można przyjąć:

$$X_{APRZ} = X_B \tag{5}$$

$$Y_{APRZ} = Y_B$$

W kolejnym kroku interpolowane są w siatce korekty $dX_{A\Rightarrow B}$, $dY_{A\Rightarrow B}$ i wykonywana jest transformacja z układu A do B (X_{B0}, Y_{B0}) zgodnie z przyjętą metodą. Następnie obliczane są różnice V_X, V_Y pomiędzy współrzędnymi w układzie B i wartości te są porównywane z oczekiwaną dokładnością transformacji P. Jeśli wartości bezwzględne różnic są mniejsze wówczas następuje koniec obliczeń a jako wynik transformacji odwrotnej przyjmowane są współrzędne przybliżone X_{APRZ}, Y_{APRZ}. W przeciwnym wypadku współrzędne przybliżone są poprawiane o wektor V_X, V_Y, ponownie interpolowane wartości korekt w siatce i cały proces jest powtarzany tak długo, aż otrzymane współrzędne będą wystarczająco dokładne.

Podobna metoda została zaprezentowana w [3] i w chwili obecnej jest wykorzystywana podczas transformacji pomiędzy państwowymi układami NTF ⇔ RGF93. Jej niewątpliwą zaletą jest możliwość uzyskania wyników transformacji odwrotnej z założoną przez nas a'priori dokładnością. W przeciwieństwie do metody opisanej w poprzednim podrozdziale interpolacja zawsze odbywa się w regularnej siatce korekt. Unikamy dzięki temu problemów związanych ze strukturami danych siatki nieregularnej. Ponadto metoda ta jest niezależna od użytego algorytmu interpolacji wewnątrz oczka siatki. Wadą tego rozwiązania jest zastosowanie procesu iteracyjnego, co zawsze wiąże się z ryzykiem spowolnienia obliczeń.

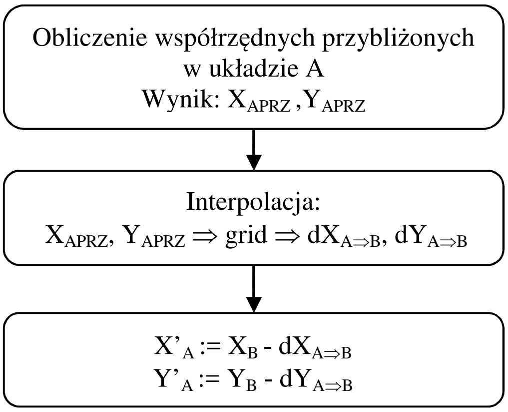
2.3. Metoda uproszczona

Metoda uproszczona stanowi pewnego rodzaju modyfikację metody iteracyjnej omówionej w poprzednim podrozdziale. Zastosowanie tej metody jest możliwe, jeśli algorytm obliczenia współrzędnych przybliżonych w układzie A (X_{APRZ} , Y_{APRZ}) jest wystarczająco dokładny aby korekty $dX_{A\Rightarrow B}$, $dY_{A\Rightarrow B}$ zostały wyliczone z zadowalającą dokładnością już w pierwszej iteracji. Innymi słowy konieczne jest znalezienie takiego algorytmu obliczenia współrzędnych przybliżonych, że dla konkretnej siatki i konkretnego algorytmu interpolacji wewnątrz oczka siatki zawsze spełnione są warunki:

$$|V_X| < P \qquad (6)$$
$$|V_Y| < P$$

Przy takim założeniu transformacja może zostać wykonana w trzech krokach przedstawionych na rysunku 3.

Podobnie jak w metodzie iteracyjnej, w pierwszym kroku obliczane są współrzędne przybliżone w układzie A. Następnie interpolowane są korekty do układu $dX_{A\Rightarrow B}$, $dY_{A\Rightarrow B}$. Ponieważ przyjmuje się założenie, że dokładność określenia współrzędnych przybliżonych jest na tyle wysoka, że nie zachodzi konieczność stosowania procesu iteracyjnego, ostateczne współrzędne w układzie A można obliczyć przez zastosowanie korekt układu z przeciwnym znakiem, co stanowi trzeci, finalny etap transformacji.



Rys. 3. Metoda uproszczona [źródło: opracowanie własne]

Fig. 3. Simplified method

Zastosowanie powyższej metody wymaga:

1. Założenia a' priori oczekiwanej dokładności transformacji odwrotnej P,
2. Określenia dokładności przybliżonej transformacji odwrotnej δ_{PRZ} zastosowanej do obliczenia współrzędnych przybliżonych. Przez δ_{PRZ} rozumiana jest tutaj maksymalna różnica pomiędzy wartościami współrzędnych transformowanych przy pomocy siatki i przy pomocy transformacji przybliżonej.
3. Zdefiniowania zależności pomiędzy wartościami P i δ_{PRZ} dla danego algorytmu interpolacji wewnątrz oczka siatki i dla danej siatki. Pozwoli to na ocenę, czy algorytm wykorzystywany do transformacji przybliżonej zapewnia wystarczającą dokładność i w związku z tym, czy metoda uproszczona może być stosowana w danym przypadku.

Precyzyjne określenie zależności pomiędzy dokładnością przybliżonej transformacji δ_{PRZ} a oczekiwaną dokładnością transformacji odwrotnej P wymaga badania przebiegu zmienności funkcji, którą zamierzamy wykorzystać do interpolacji wewnątrz oczka. Celem analizy jest wyszukanie miejsca gdzie występują największe lokalne zmiany wartości poprawek i jednocześnie dokładność określenia współrzędnych przybliżonych będzie miała największy wpływ na ostateczny wynik transformacji. Sam sposób przeprowadzenia takiej analizy będzie się różnił w zależności od zastosowanej funkcji interpolacyjnej.

Warto jednak pamiętać, że w przypadku transformacji pomiędzy państwowymi układami współrzędnych względne różnice wartości w oczkach siatki będą stosunkowo niewielkie w porównaniu do rozmiaru oczka. Ponadto w siatce interpolacyjnej nie występują żadne strefy nieciągłości a sam przebieg funkcji interpolacyjnej zwykle jest łagodny. Tym samym, wyłącznie w celu oszacowania dokładności uproszczonej transformacji odwrotnej, można pokusić się o uproszczenie i założyć, że interpolacja wewnątrz oczka siatki ma charakter zbliżony do liniowego co znacząco ułatwi obliczenia.

Jeśli przyjmiemy powyższe założenie, określenie zależności pomiędzy wartościami P i δ_{PRZ} rozpoczynamy od wyszukania oczka w siatki w którym występuje największa lokalna zmienność wartości poprawek. W tym celu musimy wyszukać oczko w którym występują największe względne różnice wartości węzłów w ramach pojedynczego oczka siatki D_{MAX}.

Określenie wartości D_{MAX} i znalezienie oczka, w którym ta wartość występuje, jest procesem stosunkowo czasochłonnym (wymaga wykonania serii prostych obliczeń dla każdego węzła), ale wykonywane jest jednorazowo dla danej siatki. Jeżeli przez $C_{(i,j)}$ oznaczymy długość wektora korekty w węźle o indeksach [i,j], wyliczonym jako:

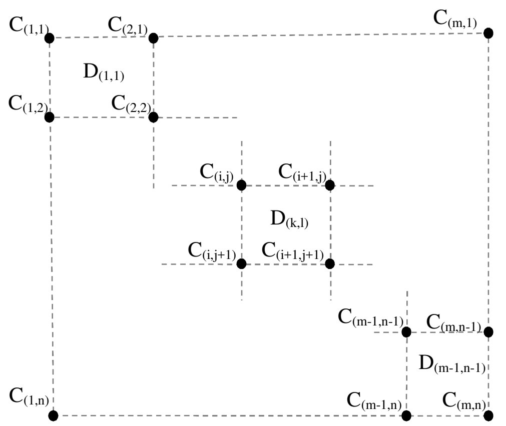
$$C_{(i,j)} = \sqrt{dX^2_{A\Rightarrow \mathrm{B(i,j)}} + dY^2_{A\Rightarrow \mathrm{B(i,j)}}} \tag{7}$$

wówczas największa względna różnica wartości $D_{(k,l)}$ w oczku siatki oznaczonym [k,l] i zdefiniowanym przez cztery węzły może zostać obliczona jako:

$$D_{(k,l)} = \max(|C_{(i,j)} - C_{(i,j+1)}|; |C_{(i,j)} - C_{(i+1,j+1)}|; |C_{(i,j)} - C_{(i+1,j)}|;$$
$$|C_{(i,j+1)} - C_{(i+1,j+1)}|; |C_{(i,j+1)} - C_{(i+1,j)}|; |C_{(i+1,j)} - C_{(i+1,j+1)}|) \tag{8}$$

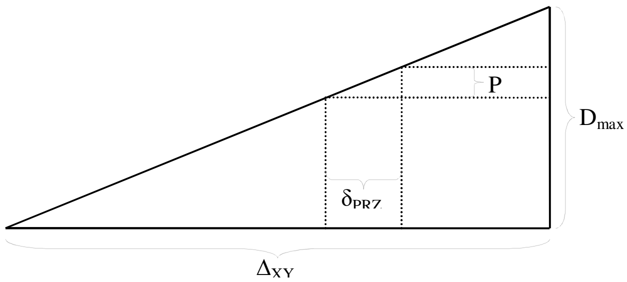
Na rysunku 4 przedstawiono oznaczenia indeksów wartości C w poszczególnych węzłach i indeksów wartości D w siatce. Przez D_{MAX} rozumiana jest największa spośród wartości $D_{(k,l)}$ dla całej siatki.

Znając rozmiar oczka siatki Δ_{XY} i pamiętając, że na potrzeby niniejszych rozważań przyjęto, że interpolacja wewnątrz oczka siatki ma charakter zbliżony do liniowego możemy przyjąć, że rysunek 5 ilustruje zależność pomiędzy wartościami δ_{PRZ}, D_{MAX} i P.



Rys. 4. Oznaczenia indeksów wartości C i D w siatce [źródło: opracowanie własne]

Fig. 4. Indexes of values C and D in grid



Rys. 5. Zależność pomiędzy dokładnością obliczenia współrzędnych przybliżonych a dokładnością określenia korekty dla interpolacji liniowej [źródło: opracowanie własne]

Fig. 5. The relationship between the accuracy of approximate coordinates and accuracy of corrections in linear interpolation.

Z prostych, geometrycznych zależności możemy wyliczyć, że:

$$\delta_{PRZ} = \frac{P * \Delta_{XY}}{D_{MAX}} \tag{9}$$

Z powyższej zależności wynika, że jeżeli będziemy w stanie obliczyć współrzędne przybliżone z dokładnością większą niż tak określone δ_{PRZ} i znając wartość D_{MAX} będziemy mogli zastosować uproszczoną metodę interpolacji odwrotnej.

Stosując metodę uproszczoną do siatki transformacyjnej opublikowanej przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii [7], stanowiącej element programu Transpol 2.05, musimy pamiętać, że siatka ta jest zdefiniowana bezpośrednio we współrzędnych geograficznych-geodezyjnych na elipsoidzie Krassowskiego. Najłatwiejszym sposobem obliczenia współrzędnych przybliżonych B_{KRAS}, L_{KRAS} na elipsoidzie Krassowskiego jest transformacja matematyczna w oparciu o definicje obu układów. Maksymalne deformacje układu „1965" i, tym samym, deformacje obliczonych tą metodą współrzędnych B_{KRAS}, L_{KRAS}, nie przekraczają wartości $\delta_{PRZ} \leq 0.00001446°$. Analiza otrzymanej siatki przy pomocy wzorów (7) i (8) wskazuje, że wartość bezwzględna maksymalnych różnic pomiędzy sąsiednimi oczkami wynosi $D_{MAX} = 0.00000536°$. Aby określić dokładność przybliżonej interpolacji odwrotnej w siatce przekształcamy wzór (9) otrzymując:

$$P = \frac{D_{MAX} * \delta_{PRZ}}{\Delta_{XY}} \tag{10}$$

Rozmiar oczka tej konkretnej siatki to $\Delta_{XY} = 0.01°$. Podstawiając wszystkie wartości do wzoru otrzymujemy dokładność odwrotnej interpolacji $P=0.0000000077° \approx 0.0007$m. Można więc stwierdzić, że dokładność interpolacji odwrotnej metodą przybliżoną, przy obliczeniu współrzędnych przybliżonych B_{KRAS}, L_{KRAS} transformacją matematyczną B_{GRS}, $L_{GRS} \Rightarrow B_{KRAS}$, L_{KRAS}, jest poniżej 1 mm. Oznacza to, że w praktyce, dla zdecydowanej większości zadań metoda uproszczona jest skuteczna w siatce opublikowanej przez GUGiK jeśli współrzędne przybliżone w układzie A określimy bazując jedynie na matematycznych definicjach obu układów.

3. Wnioski

Transformacja pomiędzy układami odniesień przestrzennych jest zadaniem często realizowanym w codziennej praktyce geodezyjnej, ale transformacja w oparciu o Regularną Siatkę Korekt dotychczas nie była rozwiązaniem powszechnie stosowanym w Polsce. Wraz z opublikowaniem przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii Regularnej Siatki Korekt umożliwiającej transformację pomiędzy układem 1965 i 2000, zadanie to z pewnością będzie realizowane częściej. Transformacja w oparciu o opublikowaną siatkę może być wykonywana przy pomocy dedykowanego programu Transpol 2.06, ale też innych, autorskich aplikacji. Opracowanie takiego programu wymaga użycia jednego z dostępnych algorytmów transformacji odwrotnej.

Zarówno metoda iteracyjna, metoda uproszczona jak i metoda polegająca na interpolacji w układzie wtórnym pozwalają na poprawne wykonanie transformacji odwrotnej, ale występują pomiędzy nimi pewne różnice. Do najistotniejszych należą: możliwość wykorzystania dowolnych algorytmów interpolacji wewnątrz oczka siatki, szybkość, z jaką realizowane są obliczenia, oraz dokładność uzyskiwanych wyników. Na uwagę zasługuje zaproponowana metoda uproszczona. Metoda ta zakłada, że wykorzystywany do transformacji algorytm obliczenia współrzędnych przybliżonych w układzie, w którym zdefiniowana jest Regularna Siatka Korekt, jest wystarczająco dokładny, aby wyinterpolowane korekty mogły zostać wykorzystane do prostej transformacji odwrotnej z dokładnością oczekiwaną w większości praktycznych zadań geodezyjnych. Zastosowanie tej metody wymaga jednak oszacowania wymaganej dokładności algorytmu obliczenia współrzędnych przybliżonych. Jest to proces czasochłonny, ale wystarczy wykonać go jednorazowo dla każdej siatki. W rezultacie, tak wykonana transformacja odwrotna jest bardzo prosta w implementacji, a obliczenia mogą zostać wykonane bardzo szybko, co może być istotne, jeśli mamy do czynienia z dużą ilością danych lub transformacją wykonywaną w czasie rzeczywistym.

Analiza opublikowanej przez GUGiK Regularnej Siatki Korekt dla układu 1965 wskazuje na możliwość zastosowania, jako algorytmu obliczenia współrzędnych przybliżonych, przeliczenia wyłącznie w oparciu o matematyczne definicje obu układów. Tak wykonana transformacja odwrotna zapewnia wykonanie obliczeń z dokładnością większą niż 1 mm, co spełnia większość wymagań praktycznych tradycyjnej geodezji.

Literatura

[1] NGS 2010. *NADCON v4.2 User Manual* National Geodetic Survey 2010.

[2] Junkins D. R., Farley S.A. 1995. *NTv2 National Transformation Version 2. User's Guide.* Geodetic Survey Division Geomatics Canada.

[3] IGN 1997. *Grille de parameters de transformation de coordonnees GR3DF97A. Notice d'utilisation.* Institut Geographique National.

[4] Dewhurst W. T. 1990. *NADCON, The application of minimum-curvature-derived surfaces in transformation of positional data from the North American Datum of 1927 to the North American Datum of 1983* National Oceanic And Atmospheric Administration.

[5] Świętoń T. 2014a. *Regularna Siatka Korekt układu 1965.* Przegląd Geodezyjny 8/2014.

[6] Świętoń T. 2014b. *Optymalizacja korekt lokalnych w zadaniach transformacji pomiędzy układami kartograficznymi na przykładzie układów 1965 i 2000.* Rozprawa doktorska. AGH Kraków, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska 20 marzec, 2014.

[7] Kadaj R., Świętoń T. 2012. *Transpol w wersji 2.0. Program transformacji i przeliczeń współrzędnych pomiędzy różnymi układami w Państwowym Systemie Odniesień Przestrzennych. Opis metod, algorytmów i oprogramowania.* Materiały niepublikowane. Opracowanie firmy AlgoRes-soft dla GUGIK.

[8] Kadaj R. 2001. *Formuły odwzorowawcze i parametry układu współrzędnych. Wytyczne Techniczne G-1.10* GUGiK.

THE INVERSE TRANSFORMATION IN A REGULAR GRID AS A METHOD OF TRANSFORMATION BETWEEN THE NATIONAL DATUMS

Summary

Grid of datum corrections is a well known method of transformation between the national datums. In Poland it is used for transformation between 1965 and 2000 coordinate systems. In this paper three methods of inverse transformation are described. By inverse transformation is meant a calculation from "target" coordinate system to coordinate system in which grid is defined. Interpolation in second coordinate system and iterative method are presented and simplified method is proposed. Is was proofed that for grid published by GUGiK simplified method gives satisfactory results.

Keywords: transformation, datum, coordinate system, grid, inverse transformation

DOI:10.7862/rb.2016.231

Przesłano do redakcji: 13.06.2016 r.
Przyjęto do druku: 30.11.2016 r.