

Leszek OPYRCHAŁ<sup>1</sup>  
Aleksandra BĄK<sup>2</sup>

## FUNKCJA NIEZAWODNOŚCI I CZAS BEZAWARYJNEJ PRACY ODPOWIADAJĄCY WYKŁADNICZEJ INTENSYWNOŚCI USZKODZEŃ NA PRZYKŁADZIE NIEZAWODNOŚCI ZAPÓR

Funkcja niezawodności odgrywa w nauce o niezawodności podstawową rolę, gdyż pozwala na obliczenie prawdopodobieństwa uszkodzenia w określonym czasie  $t$ . Aby obliczyć funkcję niezawodności należy obliczyć całkę z funkcji intensywności uszkodzeń. W dotychczasowej praktyce obliczeń niezawodności stosowano funkcję intensywności uszkodzeń, która jest stała w czasie. W niniejszym artykule został przedstawiony sposób obliczeń funkcji niezawodności oraz średniego czasu bezawaryjnej pracy w przypadku, gdy intensywność uszkodzeń jest funkcją wykładniczą. Funkcja wykładnicza może znaleźć zastosowanie, w początkowej fazie istnienia wyrobu techniki, gdy intensywność uszkodzeń szybko maleje w czasie. W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano wzory na funkcję niezawodności  $R$  oraz średni czas życia  $T_S$ . Obliczenia przeprowadzono na przykładzie zapór. Na podstawie danych o katastrofach zapór zbudowano histogram intensywności uszkodzeń. Do histogramu dopasowano funkcję wykładniczą metodą najmniejszych kwadratów. Następnie obliczono funkcję niezawodności oraz średni czas bezawaryjnej pracy. W rezultacie obliczeń uzyskano wartość średniego czasu bezawaryjnej pracy  $T_S = 53817$  lat oraz mediany czasu bezawaryjnej pracy  $T_M = 37302$  lata. Duże wartości  $T_S$  i  $T_M$  wynikają z faktu, że brak jest danych o katastrofach zapór wynikających z procesów starzenia, gdyż zdecydowana większość budowli piętrzących została zbudowana w XX w.

**Słowa kluczowe:** niezawodność zapór, katastrofy zapór, funkcja niezawodności, czas bezawaryjnej pracy

---

1 Autor do korespondencji / corresponding author: Leszek Opyrchał, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii i Ochrony Środowiska, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, tel. +48 126174497; opyrchal@agh.edu.pl

2 Aleksandra Bąk, mgr inż. AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Katedra Inżynierii i Ochrony Środowiska, al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, abak@agh.edu.pl

## 1. Wprowadzenie

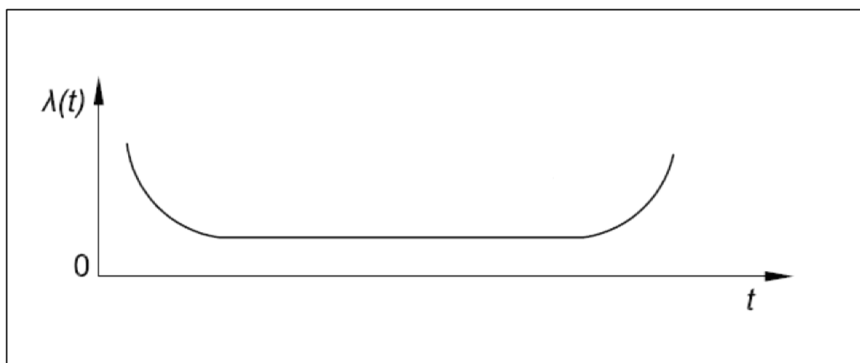
Funkcja wykładnicza, jako funkcja intensywności uszkodzeń, odgrywa w teorii niezawodności szczególną rolę. W zależności od tego czy podstawa jest mniejsza czy większa od jedności, będzie to funkcja szybko malejąca, lub szybko rosnąca. Podobnie zachowuje się funkcja intensywności uszkodzeń. W początkowej fazie istnienia wyrobu techniki jest to funkcja szybko malejąca, w końcowej szybko rosnąca (rys 1). Czyli w początkowej i końcowej fazie istnienia wyrobu techniki funkcja intensywności uszkodzeń  $\lambda(t)$  może być funkcją wykładniczą postaci:

$$\lambda(t) = a + b \cdot c^t \quad (1)$$

gdzie:  $a, b, c$  – stałe,  $b \neq 0, c > 0$ ,

$t$  – czas,

$\lambda(t)$  – funkcja intensywności uszkodzeń.



Rys. 1. Typowy kształt funkcji intensywności uszkodzeń, na podstawie [1]

Fig 1. Typically shape of the failure rate function, based on [1]

## 2. Wyznaczenie charakterystyk niezawodnościowych

### 2.1. Funkcja intensywności uszkodzeń

Funkcję intensywności uszkodzeń wyznacza się na podstawie praktycznych obserwacji, zliczając uszkodzenia jakie występują w przyjętej jednostce czasu [2]. Następnie, stosując wzór (2) obliczamy histogram funkcji intensywności uszkodzeń:

$$\lambda_H(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N(t) \Delta t} \quad (2)$$

gdzie:  $\lambda_H$  – histogram funkcji intensywności uszkodzeń,  
 $n$  – liczba elementów, które uległy uszkodzeniu w przedziale czasu  $(t, t + \Delta t)$ ,  
 $N$  – liczebność próby w chwili  $t$ .

Następnie do histogramu dopasowujemy wybraną funkcję metodą najmniejszych kwadratów. Dopasowywaną funkcją w szczególności może być funkcja wykładnicza (1).

## 2.2. Funkcja niezawodności

W ogólności funkcja niezawodności wyraża się [3] wzorem:

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right) \quad (3)$$

gdzie:  $R(t)$  – funkcja niezawodności,  
 $\lambda(t)$  – intensywność uszkodzeń,  
 $t$  – czas,  
 $\tau$  – zmienna całkowania,

Podstawiając za funkcję intensywności uszkodzeń funkcję wykładniczą (1) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} R(t) &= \exp\left(\int_0^t -a - b \cdot c^\tau d\tau\right) = \exp\left(-a\tau - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^\tau \Big|_0^t\right) = \\ &= \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

## 2.3. Średni czas bezawaryjnej pracy

Średni czas bezawaryjnej pracy  $T_S$  definiowany jest jako:

$$T_S = \int_0^{\infty} R(t) dt. \quad (5)$$

Podstawiając do wzoru (5) funkcję niezawodności  $R(t)$  wyrażoną wzorem (4) otrzymujemy:

$$T_S = \int_0^{\infty} \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt. \quad (6)$$

Taką całkę nie da się obliczyć w analityczny sposób [4], [5]. Jedyna metoda uzyskania wyniku jest rozwiązanie numeryczne.

Wariancja czasu bezawaryjnej pracy wyraża się wzorem [6]:

$$\sigma_T^2 = \int_0^{\infty} 2t \cdot R(t) dt - \left( \int_0^{\infty} R(t) dt \right)^2 = \int_0^{\infty} 2t \cdot R(t) dt - T_S^2.$$

W rozważanym przypadku wynosi ona

$$\sigma_T^2 = \int_0^{\infty} 2t \cdot \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt - T_S^2. \quad (7)$$

I podobnie jak całka (6) nie da się jej policzyć w analityczny sposób.

#### 2.4. Mediana czasu bezawaryjnej pracy

Aby obliczyć medianę czasu bezawaryjnej pracy  $T_M$  należy rozwiązać równanie:

$$R(T_M) = 0,5. \quad (8)$$

Stąd

$$0,5 = \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right)$$

$$\ln(0,5) = -a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}$$

Rozwiązanie powyższego równania bez problemu uzyskuje się na drodze numerycznej, stosując w dowolnym arkuszu kalkulacyjnym funkcję „szukaj wyniku”.

### 3. Przykład obliczeń – niezawodność zapór

#### 3.1. Materiał

Wszystkie dane o zaporach i ich katastrofach zostały zaczerpnięte z Biuletynu nr 99 [7]. Analizowany jest okres do 1986 r. Liczba analizowanych zapór: 17 406. Liczba zapór, które uległy katastrofom: 176. Podane dane nie obejmują Chin. Przed dalszymi obliczeniami dane należało ujednoclić, gdyż w podanym zbiorze były dane niekompletne, a także dane o katastrofach na etapie budowy

zapory. Ponieważ obliczane charakterystyki niezawodnościowe jak intensywność uszkodzeń, czy funkcja niezawodności dotyczą okresu eksploatacji, dane o katastrofie na etapie budowy nie mogą być brane pod uwagę. Dlatego z badanego zbioru wykluczono następujące przypadki:

- niekompletne dane o 15 katastrofach zapór. Nie była znana data budowy zapory - 13 przypadków, lub nie było podane, czy katastrofa nastąpiła w trakcie pierwszego napełniania, czy już w trakcie eksploatacji - 2 przypadki,
- katastrofy w trakcie budowy zapór, przed oddaniem jej do eksploatacji. Takich katastrof było 15. Ale tylko w jednym przypadku zrezygnowano z dalszej budowy. W pozostałych zapory zostały odbudowane.

Czyli do dalszej analizy, przyjęto:

- liczbę zapór  $17\,406 - 15 - 1 = 17\,390$ ,
- liczbę katastrof zapór  $176 - 15 - 15 = 146$ .

Najdłuższy czas życia zapory od budowy do katastrofy wynosił 236 lat.

### 3.2. Metody

Na podstawie danych o katastrofach zapór wyznaczono zgodnie ze wzorem (2) histogram funkcji intensywności uszkodzeń  $\lambda_H(t)$ . Wartość histogramu oraz poszczególne jego składniki pokazano w tab. nr 1 oraz na wykresie (rys. nr 2). W tabeli wykazano tylko te lata, w których liczba katastrof była większa od zera.

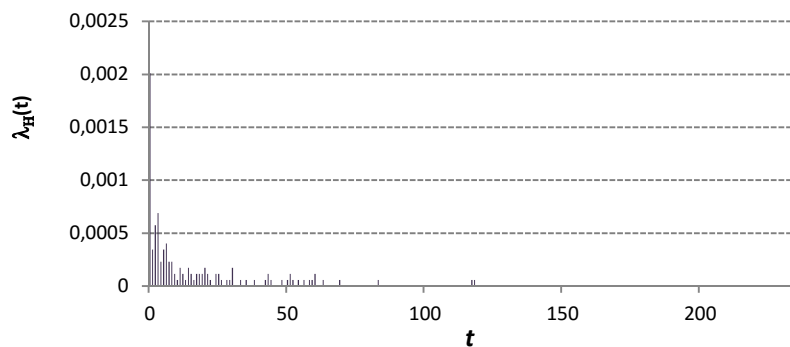
Do obliczonego histogramu dopasowano metodą najmniejszych kwadratów funkcję wykładniczą postaci (1).

$$\lambda(t) = a + b \cdot c^t. \quad (9)$$

gdzie:  $a, b, c$  – stałe estymowane metodą najmniejszych kwadratów,

$\lambda(t)$  – funkcja intensywności uszkodzeń,

$t$  – czas.



Rys. 2. Histogram funkcji intensywności uszkodzeń dla zapór

Fig. 2. The histogram of the failure rate function of dams

Tabela 1. Histogram funkcji intensywności uszkodzeń

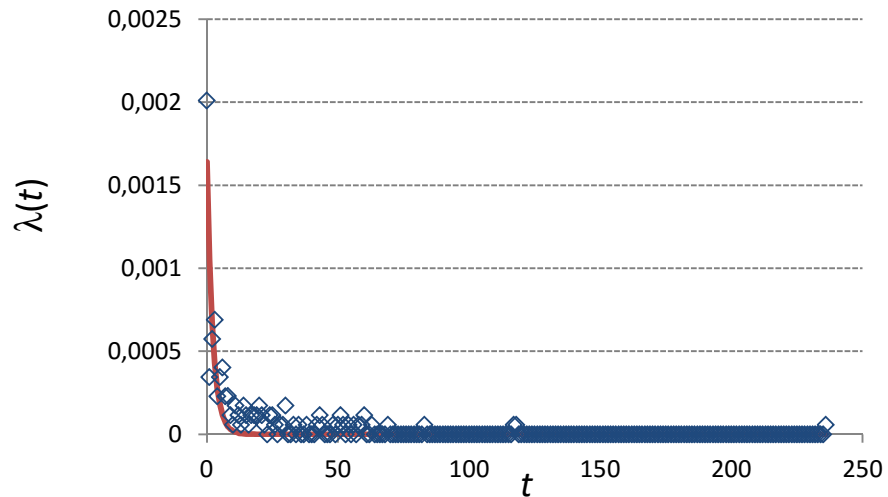
Table 1. The histogram of the failure rate function

| $t$ | $n(t+\Delta t)$ | $N(t)$ | $\lambda_H(t)$ | $t$ | $n(t+\Delta t)$ | $N(t)$ | $\lambda_H(t)$ |
|-----|-----------------|--------|----------------|-----|-----------------|--------|----------------|
| 0   | 35              | 17390  | 2,013E-03      | 26  | 1               | 17274  | 5,789E-05      |
| 1   | 5               | 17355  | 2,881E-04      | 28  | 1               | 17273  | 5,789E-05      |
| 2   | 10              | 17350  | 5,764E-04      | 29  | 1               | 17272  | 5,790E-05      |
| 3   | 12              | 17340  | 6,920E-04      | 30  | 3               | 17271  | 1,737E-04      |
| 4   | 4               | 17328  | 2,308E-04      | 33  | 1               | 17268  | 5,791E-05      |
| 5   | 6               | 17324  | 3,463E-04      | 35  | 1               | 17267  | 5,791E-05      |
| 6   | 7               | 17318  | 4,042E-04      | 38  | 1               | 17266  | 5,792E-05      |
| 7   | 4               | 17311  | 2,311E-04      | 42  | 1               | 17265  | 5,792E-05      |
| 8   | 4               | 17307  | 2,311E-04      | 43  | 2               | 17264  | 1,158E-04      |
| 9   | 2               | 17303  | 1,156E-04      | 44  | 1               | 17262  | 5,793E-05      |
| 10  | 1               | 17301  | 5,780E-05      | 48  | 1               | 17261  | 5,793E-05      |
| 11  | 3               | 17300  | 1,734E-04      | 50  | 1               | 17260  | 5,794E-05      |
| 12  | 2               | 17297  | 1,156E-04      | 51  | 2               | 17259  | 1,159E-04      |
| 13  | 1               | 17295  | 5,782E-05      | 52  | 1               | 17257  | 5,795E-05      |
| 14  | 2               | 17294  | 1,156E-04      | 54  | 1               | 17256  | 5,795E-05      |
| 15  | 2               | 17292  | 1,157E-04      | 56  | 1               | 17255  | 5,795E-05      |
| 16  | 1               | 17290  | 5,784E-05      | 58  | 1               | 17254  | 5,796E-05      |
| 17  | 2               | 17289  | 1,157E-04      | 59  | 1               | 17253  | 5,796E-05      |
| 18  | 2               | 17287  | 1,157E-04      | 60  | 2               | 17252  | 1,159E-04      |
| 19  | 2               | 17285  | 1,157E-04      | 63  | 1               | 17250  | 5,797E-05      |
| 20  | 2               | 17283  | 1,157E-04      | 69  | 1               | 17249  | 5,797E-05      |
| 21  | 2               | 17281  | 1,157E-04      | 83  | 1               | 17248  | 5,798E-05      |
| 22  | 1               | 17279  | 5,787E-05      | 117 | 1               | 17247  | 5,798E-05      |
| 23  | 1               | 17278  | 5,788E-05      | 118 | 1               | 17246  | 5,798E-05      |
| 24  | 1               | 17277  | 5,788E-05      | 236 | 1               | 17245  | 5,799E-05      |
| 25  | 2               | 17276  | 1,158E-04      |     |                 |        |                |

Dopasowanie funkcji  $\lambda(t)$  do histogramu wykonano z pomocą programu do analizy danych OriginPro 2015, wykorzystano opcję „nonlinear fitting” – „dopasowanie nieliniowe” oraz funkcję „asymptotic1” w zbiorze funkcji „exponential”. W procesie dopasowania uwzględniono także te lata, dla których liczb katastrof wynosiła zero. W rezultacie otrzymano następujące wartości stałych:

$$\begin{aligned}
 a &= 1,86 \cdot 10^{-5} \pm 4,7 \cdot 10^{-6} \\
 b &= 1,67 \cdot 10^{-3} \pm 6,6 \cdot 10^{-5} \\
 c &= 0,6004 \pm 2,2 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

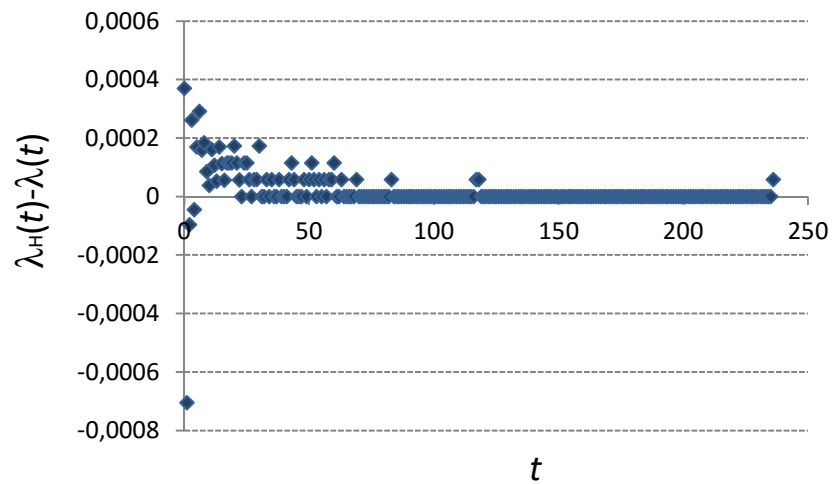
Wykres funkcji  $\lambda(t)$  pokazano na rys. nr 3. Różnice pomiędzy histogramem a wartością dopasowanej funkcji pokazane są na rys. nr 4.



Rys. 3. Funkcja intensywności uszkodzeń dopasowana do histogramu

Fig. 3. The failure rate function matched to the histogram

Poprawność dopasowania można stwierdzić stosując różne testy statystyczne. Jednym z nich jest test chi-kwadrat. Statystyce chi-kwadrat [8] podlega wielkość:



Rys. 4. Różnica pomiędzy wartościami histogramu i funkcji dopasowanej

Fig 4. The differences between the histogram values and the values of the estimated function

$$\chi_{N-r-1}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i))^2}{\Delta^2(\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i))} \quad (11)$$

gdzie:  $\Delta^2(\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i))$  - kwadrat błędu różnicy  $\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i)$ ,

$N$  - liczba obserwacji, czyli lat,

$r$  - liczba estymowanych parametrów funkcji (9), czyli 2.

$\Delta^2(\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i))$  - kwadrat błędu wyznaczenia różnicy  $\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i)$ . Błąd wyznaczenia różnicy obliczany jest za pomocą metody różniczki zupełnej [9].

$$\Delta(\lambda_H(t_i) - \lambda(t_i)) = \Delta\lambda_H(t_i) + \Delta\lambda(t_i)$$

gdzie:  $\Delta\lambda_H$  - błąd wyznaczenia histogramu funkcji intensywności uszkodzeń,

$\Delta\lambda$  - błąd wyznaczenia funkcji intensywności uszkodzeń.

Tą samą metodę stosujemy do wzoru (2) w celu wyznaczenia  $\Delta\lambda_H$ . Pamiętając, że  $\Delta t$  jest wartością stałą otrzymujemy:

$$\Delta\lambda_H(t_i) = \frac{\Delta n(t_i)}{N(t_i) \cdot \Delta t} + \frac{n(t_i)}{N^2(t_i)} \frac{\Delta N(t_i)}{\Delta t}.$$

W dalszych obliczeniach przyjęto, że błąd obliczenia liczby uszkodzonych zapór  $\Delta n$  w przedziale  $\Delta t$  oraz błąd wyznaczenia nieuszkodzonych zapór  $\Delta N(t_i)$  jest stały i wynosi 1,0, gdyż liczbę zapór zliczamy z dokładnością jednej sztuki.

Testowana jest hipoteza: histogram  $\lambda_H(t)$  może być przybliżony funkcją  $\lambda(t) = 1,86 \cdot 10^{-5} + 1,6710^{-5} \cdot 0,6004^t$ . Wartość statystyki chi-kwadrat, zdefiniowaną sumą (11) obliczono w arkuszu kalkulacyjnym i wyniosła ona  $\chi^2 = 207,4$ . Natomiast wartość krytyczna, dla liczby stopni swobody wynoszącej  $237 - 1 - 2 = 234$  i przyjętego poziomu istotności  $\alpha = 0,05$  wynosi 270,7. Stwierdzamy, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy równości histogramu i funkcji dopasowanej.

### 3.3. Wyniki

Podstawiając wartości uzyskanych parametrów (10) do wzorów (9) i (4) otrzymamy:

funkcję intensywności uszkodzeń

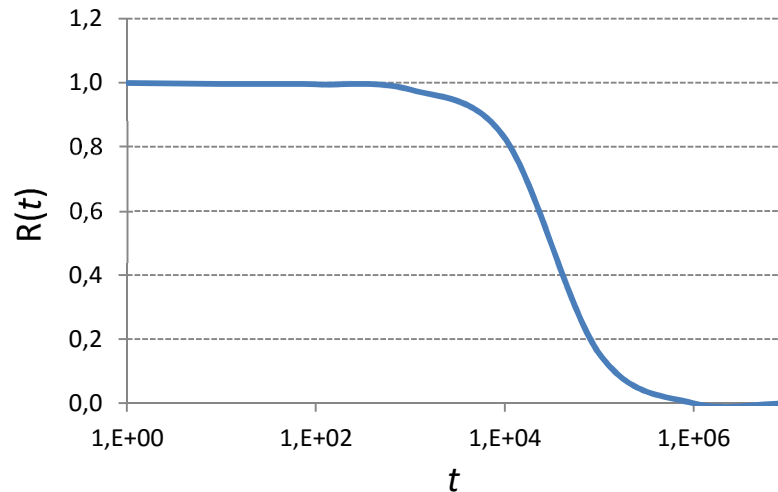
$$\lambda(t) = 1,86 \cdot 10^{-5} - 1,67 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6004^t \text{ katastrof/rok}, \quad (12)$$

funkcję niezawodności

$$R(t) = \exp(3,27 \cdot 10^{-3} - 1,86 \cdot 10^{-5} \cdot t + 3,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6004^t) \quad (13)$$



Wykres funkcji niezawodności pokazany jest na rys. nr 5.



Rys. 5. Wykres funkcji niezawodności dla zapór

Fig. 5. Plot of reliability function for dams

W celu obliczenia średniego czasu bezawaryjnej pracy należy sięgnąć po rozwiązanie numeryczne [4]. Otrzymujemy wynik

$$T_S = \int_0^{\infty} \exp(3,27 \cdot 10^{-3} - 1,86 \cdot 10^{-5} \cdot t + 3,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6004^t) dt = 54231 \text{ lat.}$$

Wariancję  $T_S$  obliczamy zgodnie ze wzorem (7). Po podstawieniu uzyskanych wartości parametrów (10) oraz czasu  $T_S$  otrzymujemy równanie na  $\sigma_T^2$ :

$$\sigma_T^2 = \int_0^{\infty} 2t \cdot \exp(3,27 \cdot 10^{-3} - 1,86 \cdot 10^{-5} \cdot t + 3,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6004^t) dt - 54231^2.$$

Po wykonaniu całkowania numerycznego [4] otrzymujemy, że wartość wariancji czasu bezawaryjnej pracy wynosi:

$$\sigma_{T_S}^2 = 5,86282 \cdot 10^9 - 2,941 \cdot 10^9 = 2,92182 \cdot 10^9.$$

Czyli odchylenie standardowe bezawaryjnego czasu pracy ma wartość:

$$\sigma_{T_S} = \sqrt{\sigma_{T_S}^2} = \sqrt{2,92182 \cdot 10^9} = 54053 \text{ lat.}$$

W celu oceny wpływu błędu estymacji parametrów funkcji intensywności uszkodzeń na średni czas bezawaryjnej pracy  $T_S$  należy posłużyć się metodą różniczki zupełnej:

$$\Delta T_S = \left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial a} \right| \cdot \Delta a + \left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial b} \right| \cdot \Delta b + \left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial c} \right| \cdot \Delta c. \quad (14)$$

Ponieważ parametr  $c > 0$ , to funkcja  $T_S(t)$  jest ciągła oraz jej pochodne cząstkowe względem parametrów  $a$ ,  $b$  i  $c$  istnieją i są ciągłe. Zatem można wykonać różniczkowanie pod znakiem całki [10]. Obliczamy pierwszy człon formuły (14):

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial a} \right| \cdot \Delta a &= \frac{\partial}{\partial a} \int_0^{\infty} \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt \cdot \Delta a = \\ &= \int_0^{\infty} -t \cdot \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt \cdot \Delta a \end{aligned}$$

Wartość powyższej całki obliczona numerycznie wynosi  $-2,93 \cdot 10^9$ . Mnożąc przez  $\Delta a = 4,7 \cdot 10^{-6}$  i biorąc wartość bezwzględną otrzymujemy:

$$\left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial a} \right| \cdot \Delta a = 1,37 \cdot 10^4.$$

Obliczamy drugi człon formuły (14)

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial b} \right| \cdot \Delta b &= \frac{\partial}{\partial b} \int_0^{\infty} \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt \cdot \Delta b = \\ &= \int_0^{\infty} \left(-\frac{c^t}{\ln(c)} + c\right) \cdot \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt \cdot \Delta b \end{aligned}$$

Wartość powyższej całki obliczona numerycznie wynosi 32556. Mnożąc przez  $\Delta b = 6,57 \cdot 10^{-5}$  otrzymujemy:

$$\left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial b} \right| \cdot \Delta b = 2,14.$$

Obliczamy trzeci człon formuły (14).

$$\begin{aligned}
\left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial c} \right| \cdot \Delta c &= \frac{\partial}{\partial c} \int_0^{\infty} \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + \frac{b}{\ln(c)}\right) dt \cdot \Delta c = \\
&= \int_0^{\infty} \left( -b \cdot \frac{t \cdot c^{t-1} \cdot \ln(c) - \frac{1}{c} c^t}{\ln^2(c)} - \frac{b}{c \cdot \ln^2(c)} \right) \cdot \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + b \cdot c\right) dt \cdot \Delta c = \\
&= \int_0^{\infty} -\frac{b}{\ln^2 c} c^{t-1} \left( t \cdot \ln c - 1 - \frac{1}{c} \right) \cdot \exp\left(-a \cdot t - \frac{b}{\ln(c)} \cdot c^t + b \cdot c\right) dt \cdot \Delta c
\end{aligned}$$

Wartość powyższej całki obliczona numerycznie [4] wynosi 0,077. Mnożąc przez  $\Delta c = 2,17 \cdot 10^{-2}$  otrzymujemy:

$$\left| \frac{\partial \Delta T_S}{\partial c} \right| \cdot \Delta c = 0,0017.$$

Sumując wartości wszystkich członów formuły (14) otrzymujemy w zaokrągleniu:

$$\Delta T_S = 13700.$$

Zatem

$$T_S = 54230 \pm 13700.$$

Medianę czasu bezawaryjnej pracy  $T_M$  otrzymujemy także na drodze numerycznej, szukając rozwiązania równania  $R(t) = 0,5$ . Czyli szukamy rozwiązania równania:

$$\exp\left(1,003 \cdot 10^{-3} - 1,86 \cdot 10^{-5} \cdot T_M + 3,27 \cdot 10^{-3} \cdot 0,6004^{T_M}\right) = 0,5.$$

W wyniku obliczeń przeprowadzonych za pomocą arkusza kalkulacyjnego otrzymujemy:

$$T_M = 37130 \text{ lat.}$$

### 3.4. Dyskusja

To, że w wyniku obliczeń otrzymano duże wartości średniego, bezawaryjnego czasu pracy  $T_S = 54231$  lat, czy mediany bezawaryjnego czasu pracy  $T_M = 37130$  lata, nie oznacza, że zapory są dziesięciokrotnie trwalsze od egipskich piramid. Bowiem w wejściowym zbiorze danych, nie było zapór, które uległy katastrofie na skutek starzenia się. Wynika to z faktu, że zdecydowana

większość zapór została zbudowana w XX w i jak do tej pory nie zanotowano katastrofy zapory spowodowanej skutkami starzenia się materiałów. Trzeba także zauważyć, że zapory są stale eksploatowane i podlegają konserwacjom, Zapora pozostawiona bez konserwacji ulegnie szybkiej degradacji i w konsekwencji katastrofie. Dlatego uzyskany rezultat należy interpretować tylko w zakresie katastrof spowodowanych błędami posadowienia spowodowanych niewystarczającym rozpoznaniem geologicznym, błędami projektowymi, w tym zaprojektowaniem niewystarczającego wydatku urządzeń upustowych, błędami wykonawczymi popełnionymi w trakcie budowy oraz poważnymi zaniedbaniami eksploatacyjnymi.

Wątpliwość może budzić także zastosowana metodyka. Zapora została potraktowana jako układ nieodnawialny mimo, że przecież wszystkie zapory podlegają okresowym naprawom. Czy w związku z tym nie należało traktować zapory jako układu odnawialnego. Jednakże, całkowite opróżnianie zbiornika w celu wykonania remontu zapory jest rzadkością. Zdecydowana większość remontów wykonywana jest przy nieznacznym obniżeniu piętrzenia. W Polsce wykonano taki remont tylko dla zapory Wisła-Czarne, oraz dla zbiornika górnego elektrowni Żar-Porąbka. Niestety nie ma zebranych danych w tym zakresie, aby możliwe było przeprowadzenie bardziej szczegółowych rozważań.

W uzyskanym rozwiązaniu zaskakuje duża wartość dyspersji średniego czasu bezawaryjnej pracy  $T_S$ , która stanowi 99,9% wartości  $T_S$ . Wartość ta wynika z samego charakteru rozkładu i nie jest jasne, dlaczego jest aż tak duża. Wartość błędu  $\Delta T_S$  wyznaczenia średniego bezawaryjnego czasu pracy, wynikająca z rozrzutu danych oraz z estymacji funkcji intensywności uszkodzeń  $\lambda(t)$  wynosi 25%  $T_S$ , co też nie jest małą wartością. Dlatego uzyskane wyniki mogą mieć jedynie orientacyjny charakter.

Obliczenie średniego czasu bezawaryjnej pracy  $T_S$  w przypadku, gdy funkcja intensywności uszkodzeń jest funkcją wykładniczą nie jest możliwe w sposób analityczny i trzeba się posłużyć całkowaniem numerycznym, które zawsze jest obciążone, często trudną do oszacowania, niedokładnością, zwłaszcza że przedział całkowania rozciągnięty jest do nieskończoności. Dlatego, w przedziałach gdy funkcja intensywności uszkodzeń jest szybko zmienna – rosnąca lub malejąca, właściwsze wydaje się aproksymowanie jej nie funkcją wykładniczą, tylko eksponencjalną. Wtedy obliczenie  $T_S$  jest możliwe w analityczny sposób [11], podobnie jak w przypadku gdy funkcja intensywności uszkodzeń jest liniowa [12].

## Literatura

- [1] Jaźwiński J., Warzyńska-Fiok K, Bezpieczeństwo systemów, PWN, Warszawa 1993.
- [2] Bajer J., Iwanejko R., Kapcia J., Niezawodność systemów wodociągowych i kanalizacyjnych w zadaniach, Politechnika Krakowska, Kraków 2006 r.
- [3] Kapur K., Pecht M., Reliability Engineering, Wiley, New Jersey, 2014 r.

- [4] Wolfram Mathematica, [www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com), {dostęp 12.02.2016 r.}.
- [5] Ryżyk I.M., Gradsztejn I.S., Tablice całek sum, szeregów i iloczynów, PWN, Warszawa 1964 r.
- [6] Ayyub B. McCuen R. Probability, Statistics, & Reliability for Engineers, CRC Press, New York, 1997.
- [7] ICOLD, Katastrofy zapór, analiza statystyczna. Biuletyn nr 99, IMGW, Warszawa 2000 r.
- [8] S. Brandt, Metody statystyczne i obliczeniowe analizy danych, PWN, Warszawa 1976.
- [9] Dryński T. (red) Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki, PWN, Warszawa 1965 r.
- [10] Fichtenholz G.M., Rachunek różniczkowy i całkowy T2, PWN, Warszawa 1972.
- [11] Opyrchał L, Funkcja niezawodności i czas bezawaryjnej pracy odpowiadający eksponencyjnej intensywności uszkodzeń, Czasopismo Inżynierii Lądowej, Środowiska i Architektury - Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, JCEEA, t. XXXII, z. 62 (3/I/2015), str. 311-328, DOI:10.7862/rb.2015.116.
- [12] Opyrchał L, Funkcja niezawodności i czas bezawaryjnej pracy odpowiadający liniowej intensywności uszkodzeń, Czasopismo Inżynierii Lądowej, Środowiska i Architektury - Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, JCEEA, t. XXXI, z. 61 (1/2014), str. 173-182, DOI:10.7862/rb.2014.12.

## THE RELIABILITY FUNCTION AND MEAN TIME TO FAILURE RESPECTIVE TO THE EXPONENTIAL FAILURE RATE ON THE EXAMPLE OF DAMS RELIABILITY

### Summary

The reliability function plays a fundamental role in the reliability, as it allows to calculate the probability of failure in a given time  $t$ . To calculate the reliability function should be calculate the integral of the failure rate function. In current practice, the reliability calculation used failure rate function, which is constant in time. This article describes how calculations of the reliability and mean time to failure in the case where the failure rate is an exponential function. The exponential function can be used in the initial phase of the existence of product technology when the intensity of damage decreases rapidly with time. As a result of calculations formulas for the reliability function  $R$  and the mean time to failure  $T_S$  were obtained. Calculations were performed on the example of dams. On the basis of data on disasters dams the histogram of intensity of damage was built. Histogram was fitted by an exponential function using the least square fitting method. Subsequently, the reliability function, mean time to failure and median time to failure were calculated. As a result of calculations obtained value of the mean time to failure  $T_S = 53\,817$  years, and the median time to failure of  $T_M = 37302$  years. Large values of  $T_S$  and  $T_M$  are due to the fact that there is no data on disasters dams resulting from the aging process.

**Keywords:** dams reliability, dam disaster, reliability function, mean time to failure

DOI:10.7862/rb.2016.213

*Przesłano do redakcji: 30.09.2016 r.*

*Przyjęto do druku: 30.11.2016 r.*