

Jan BRÓDKA<sup>1</sup>  
Andrzej WOJNAR<sup>2</sup>

## PROJEKTOWANIE WIĄZARÓW Z CEOWNIKÓW I KĄTOWNIKÓW RÓWNORAMIENNYCH O WĘZŁACH TYPU K. Część 1. WĘZŁY PASA DOLNEGO

Wiązary dachowe o węzłach typu K projektuje się według układu prętów pokazanego na rys. 1. Pasy kratownicy wykonuje się z ceowników, a skratowanie z kątowników równoramiennych. Połączenie krzyżulców z pasem dolnym kratownicy można wykonać jak na rys. 2 lub 3. W pierwszym przypadku występuje nieosiowe połączenie krzyżulców i pasa. Przedstawiono sposób sprawdzania nośności węzła kratownicy, wykonanego według rysunku 2, biorąc pod uwagę wpływ momentu zginającego w pasie dolnym kratownicy (rys. 4) na nośność węzła.

**Słowa kluczowe:** kratownice stalowe, projektowanie węzłów kratownic z prętów o przekroju otwartym, mimośrodowe połączenie prętów skratowania z pasem dolnym kratownicy

### 1. Wstęp

Konstrukcje stalowe z kształtowników zamkniętych o przekrojach kwadratowych i prostokątnych [5], [10] są powszechnie stosowane jako przekrycia dachowe budynków różnego przeznaczenia. W państwach Europy Zachodniej, Ameryki Północnej, Australii, Japonii i wielu innych ich walory, związane z niskim zużyciem stali, prostym wykonaniem elementów i dobrą ochroną przed korozją, są powszechnie uznane. Wiązary dachowe hal produkcyjnych i magazynowych oraz pawilonów usługowych o średnich i dużych rozpiętościach są regularnie wznoszone z tych wyrobów, gdyż umożliwiają uzyskanie niskich kosztów wytwarzania i odnowy powłok antykorozyjnych przy wydatkowaniu małej ilości robocizny i materiału.

W Polsce tego rodzaju konstrukcje są stosowane w zakresie niedużym do obiektów specjalnego użytkowania. Ich niezbyt powszechne stosowanie wynika nie

<sup>1</sup> Autor do korespondencji / corresponding author: Jan Bródka, 01-452 Warszawa, ul. Księcia Janusza 41/43 m. 152, jan.brodka@gmail.com

<sup>2</sup> Andrzej Wojnar, Politechnika Rzeszowska, Katedra Konstrukcji Budowlanych, awojnar@prz.edu.pl

z możliwości wytwórczych przedsiębiorstw wykonujących konstrukcje stalowe, lecz z tego, że oszczędzanie materiału i robocizny jest nadal mało popularne. Koszty wytwarzania są związane nie tylko z wyposażeniem technologicznym wytwórni konstrukcji stalowych i umiejętnościami załogi, lecz także z poziomem płac. Te są niższe niż w wymienionych wcześniej państwach, co powoduje, że cena konstrukcji jest nadal konkurencyjna mimo wyższego zużycia materiału. Z kolei projektanci wolą przygotowywać dokumentację według wyuczonych wcześniej rozwiązań konstrukcyjnych, skoro ani wytwórca konstrukcji, czy też inwestor budynku nie skłaniają ich do zmian ich nawyków. Uczelnie dostosowują się do istniejącej sytuacji.

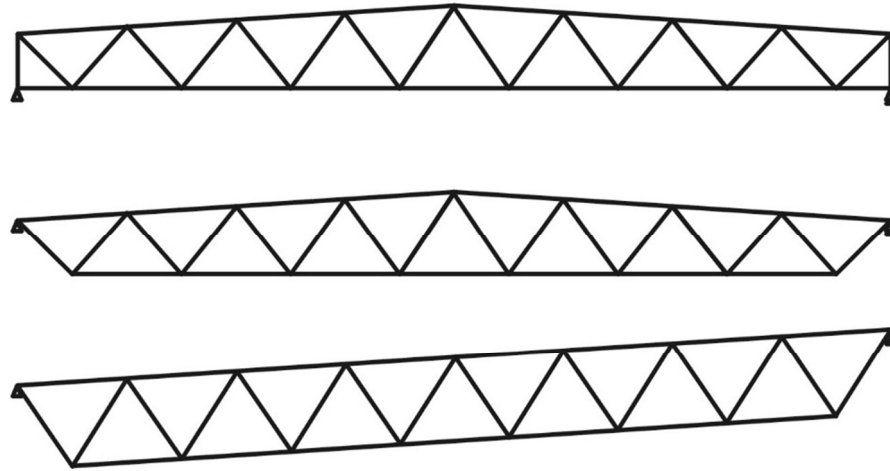
Zarówno krajowe przedsiębiorstwa, produkujące konstrukcje stalowe i wznoszące z nich budynki są dobrze wyposażone technicznie do wytwarzania elementów z kształtowników zamkniętych, jak też projektanci mają do dyspozycji odpowiednie normy [7] do [9], czy też pomoce, dotyczące ich kształtowania i obliczania [1], [5], [11]. Pracownie projektowania pod względem ekonomicznym są najślabszym ogniwem procesu inwestycyjnego i zawsze są zmuszane do ustępstw względem inwestorów i wykonawców, którzy żądają krótkich terminów i niskich cen ich usług.

W publikacjach [2] do [4] przedstawiono zagadnienia projektowania i obliczania wiązarów dachowych o średniej rozpiętości, które wskutek prostoty wykonania mogą skłaniać projektantów i wykonawców do zmiany ich podejścia. Opracowano propozycje kształtowania elementów kratowych i ich węzłów, powodujących nieco większe zużycie materiału, lecz podobne wydatkowanie robocizny w odniesieniu do konstrukcji z kształtowników zamkniętych, a więc znacznie mniejsze niż w elementach z kątowników, łączonych na blachy węzłowe. Cena takich elementów powinna zachęcać do ich stosowania. Jednak jak to zawsze jest z nowymi produktami, w każdym z proponowanych rozwiązań przy ich zaletach pojawiły się pewne niedostatki. W wypadku wiązarów dachowych o węzłach typu N [2], [3] jest konieczne projektować pasy dolne z takich samych kształtowników jak pasy górne. To powoduje zbędne zużycie stali. Mimo stosowania na te pręty materiału różnych gatunków ich koszt jest jednak zwiększony. Natomiast w wypadku wiązarów typu K [4] niektóre węzły pasa górnego trzeba dodatkowo wzmacniać, gdyż ceowe wkładki dogodnie do prostego układania spoin pachwinowych są zbyt cienkich średnic, aby bez nich przenosiły, przykładane do nich obciążenie.

Obecny artykuł służy częściowemu eliminowaniu wskazanych niedostatków przy zachowaniu prostoty kształtowania, obliczania i wytwarzania. Pojawiła się jednak konieczność zwiększenia mimośrodków mocowania krzyżulców względem osi pasów.

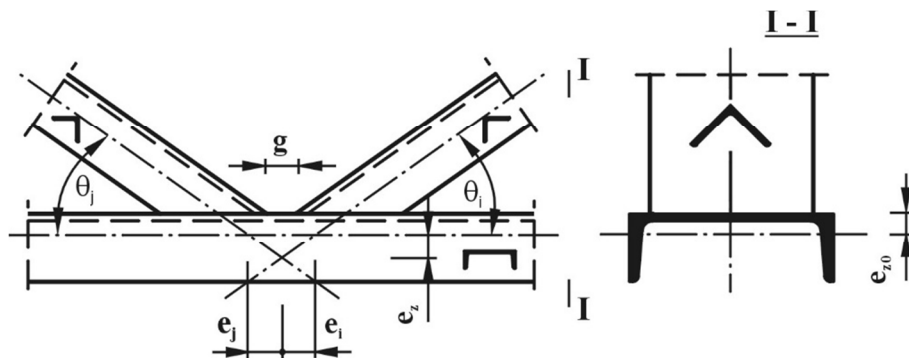
## 2. Kształtowanie elementów i ich węzłów

Wiązary dachowe o węzłach typu K z ceowników stosowanych na pasy i kątowniki równoramienne na krzyżulce projektuje się według układu prętów kratownicy, pokazanych na rys. 1. Ceowniki pasów i kątowniki skratowania umiesz-



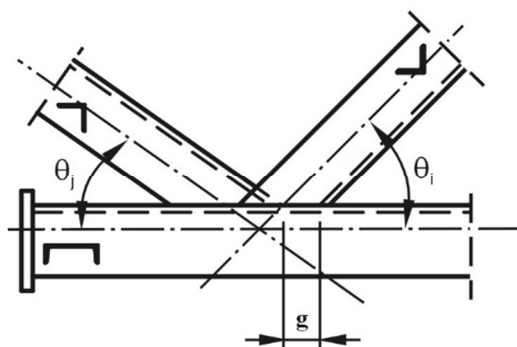
Rys. 1. Kratownice dachowe o węzłach typu K  
Fig. 1. Roof trusses, K joints

cza się w płaszczyźnie kratownicy w ich osiach symetrii. Słupek podporowy zwykle projektuje się o przekroju prostokątnym z elementu skrzynkowego lub rzadziej z kształownika zamkniętego. Podpory wiązara wykonuje się w poziomie pasa dolnego. Jest to konieczne ze względu na to, że węzły krzyżulców i pasa dolnego w obszarze przypodporowym kształtuje się na dość dużych mimośrodkach. Wtedy umieszczenie podpory w poziomie pasa górnego wymagałoby projektowania skrajnego krzyżulca przy bardzo niekorzystnym działaniu momentu zginającego i stosowania nadmiernie dużego przekroju tego pręta. W takiej sytuacji węzły krzyżulców z pasem dolnym kształtuje się według rys. 2. Odstęp  $g$  między narożami kątowników powinien być mały o wartości  $t_1 + t_2$  (gdzie  $t$  jest grubością półek kątowników).



Rys. 2. Połączenie krzyżulców z pasem dolnym kratownicy – węzeł typu K  
Fig. 2. Connection between brace members and lower channel section chord of truss - K joint

Można także projektować węzły według rozwiązania, pokazanego na rys. 3. Wtedy odstęp  $g$  między narożami kątowników jest duży, umożliwiając osiowe dołączenie krzyżulców i pasa. Wówczas nie występuje zginanie pasa, a także krzyżulca skrajnego. W takim wypadku podpory umieszcza się w poziomie pasa górnego (rys. 1b). Rozwiązanie według rys. 3 nie jest jednak pozbawione mankamentu. Będzie o nim mowa w dalszej części artykułu.



Rys. 3. Inne połączenie krzyżulców z pasem dolnym kratownicy

Fig. 3. Another connection between brace members and lower channel section chord of truss

### 3. Nośność węzła

Kształty węzłów, pokazanych na rysunkach 2 i 3, wskazują, że należy je rozważać jako węzły podatne. Oceny długości współpracujących spoin pachwinowych, układanych wzdłuż pólek kątowników dokonano w [3] w wypadku słupka kratownicy, a więc wtedy, kiedy kątownik jest dołączany pod kątem  $\theta = \pi/2$ . Podane tam wzory można zastosować w odniesieniu do połączeń pod kątem  $\theta < \pi/2$ . Modyfikacja polega na wprowadzeniu funkcji kąta  $\theta_j$  lub  $\theta_i$ , przy czym indeksy odnoszą się do krzyżulców umieszczonych w węźle z jego strony lewej lub prawej (patrz rys. 2 i rys. 3). Będzie:

$$d_{f1} = \frac{\pi b}{4 \sin \theta}, \quad d_{f2} = \frac{2b}{\sqrt{2} \sin \theta}, \quad d_f = \frac{d_{f1} + d_{f2}}{2} \quad (1a)$$

oraz

$$b_{eff} = 0,6124 d_f \quad (1b)$$

Dalsza ocena połączenia spawanego i części składowych węzła jest przeprowadzana w sposób, omówiony w [3].

#### 4. Nośność prętów kratownicy

Projektowanie i obliczanie przeprowadza się zgodnie z regułami, podanymi w PN-EN 1993-1-1 i PN-EN 1993-1-8. W wypadku krzyżulców należy oprócz ich obciążenia podłużnymi siłami ściskającymi lub rozciągającymi brać pod uwagę zginanie w płaszczyźnie symetrii lub wyboczenie giętno – skrętne ze względu na to, że pręty te są dołączane w węźle na mimośrodku ich osi względem osi pasa (patrz wskazania w [3]). W wypadku węzła, projektowanego zgodnie z rys. 2, powstaje moment zginający ceownik pasa. Sposób oceny nośności pręta kratownicy rozciąganego i zginanego w płaszczyźnie symetrii wiązara podano w [1] i [5]. Biorąc przedstawione tam informacje, skrótowo wskazuje się w odniesieniu do węzła, pokazanego na rys. 2:

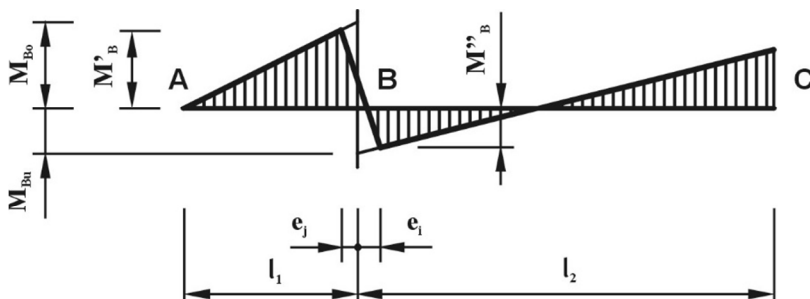
$$e_z = \left( t_j + \frac{v_j + e_{dj}}{\sin \theta_j} \right) \tan \theta_j - e_{z0} \quad (2)$$

przy czym:

- $t$  – grubość półki kątownika, będąca częścią odstepu  $g$ ,
- $v$  – odstęp środka ciężkości zastosowanego kątownika od jego zewnętrznego naroża, oceniany w osi symetrii,
- $e_d$  – mimośrodek zastosowanego kątownika według [3],
- $e_d = (b - 0,5b_{eff} - \sqrt{2}v) / \sqrt{2}$  (3)
- $b$  – szerokość półki kątownika,
- $b_{eff}$  – długość współpracująca półki kątownika, ustalona przy  $\theta = \pi/2$ ,
- $\theta$  – kąt nachylenia krzyżulca względem pasa ( $\theta < \pi/2$ ),
- $e_{z0}$  – odstęp od osi ceownika zastosowanego na pas do zewnętrznego brzegu jego środka.

Pas jest obciążony siłą podłużną  $N_{0,Ed}$ , siłą poprzeczną  $V_{Ed} = K_j \sin \theta_j = K_i \sin \theta_i$  oraz momentem zginającym  $M'_B$  (w przedziale z lewej strony węzła) lub  $M''_B$  (w przedziale z prawej strony węzła), (patrz rys. 4). Krzyżulce są projektowane z kątowników równoramiennych, których siły podłużne powodują powstawanie w pasach sił poprzecznych  $V_{Ed}$ . Jednak ich ramiona w stosunku do płaszczyzny środka pasa są nachylone również pod kątem  $\alpha = \theta_j$  lub  $\alpha = \theta_i$ . Wskutek tego siła  $V_{Ed}$  działa na środek, wywołując składową  $V_{Ed,1} = V_{Ed} \sin \alpha$  oraz składową  $V_{Ed,2} = V_{Ed} \cos \alpha$ . Siły  $V_{Ed,1}$  wywołują naprężenia styczne w przekroju pasa, natomiast siły  $V_{Ed,2}$  równoważą się w węźle. Moment zginający w węźle wynosi:

$$M_B = N_{0,Ed} e_z \quad (4)$$



Rys. 4. Wykres momentu zginającego w węźle kratownicy

Fig. 4. The diagram of bending moment in lower chord truss joint

Jego wartość dzieli się między odcinki przywęzłowe o długościach  $l_1$  i  $l_2$  w założeniu stałego momentu bezwładności (rys. 4) o wartościach  $M_{B_0}$  i  $M_{B_u}$ . Do obliczania naprężeń w pasie przyjmuje się wartości momentów zginających  $M'_B$  lub  $M''_B$ , gdyż w obszarze węzła nie następuje skokowa zmiana ich wartości. Ocenia się je w punktach przecięcia się osi krzyżulców z osią pasa, a więc w odstępach  $e_j$  i  $e_i$  od punktu B. Wartości tych odstępów wynoszą:

$$e_j = \frac{e_z}{\tan \theta_j} \quad \text{lub} \quad e_i = \frac{e_z}{\tan \theta_i} \quad (5)$$

Obliczeniowe momenty zginające w przedziałach pasa ustala się:

$$M'_B = \frac{l_1 - e_j}{l_1 + l_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} M_B \quad (6a)$$

$$M''_B = \frac{l_1 - e_i}{l_1 + l_2} \cdot \frac{l_1}{l_2} M_B \quad (6b)$$

Naprężenia w przedziałach pasa oblicza się, jak następuje:

$$\sigma = \frac{M'_B}{W_y} \leq f_y \quad (7a)$$

lub

$$\sigma = \frac{N_{0,Ed}}{A_0} + \frac{M''_B}{W_y} \leq f_y \quad (7a)$$

oraz

$$\tau = \frac{K_j \sin \theta_j}{\sqrt{3} A_v} \leq f_y \quad (7b)$$

Maksymalną wartość naprężenia ustala się wzorem Hubera:

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_{y0} \quad (7c)$$

We wzorach (7) symbole mają znaczenie:

$A_0$  – przekrój pasa dolnego,

$A_v$  – pole przekroju czynnego ceownika przy ścinaniu w płaszczyźnie osi  $z - z$ , prostopadłej do osi  $y - y$ , ustalane zgodnie z PN-EN 1993-1-1,

$A_v = 2(h_b t_{wb} + r_{jb} t_{fb})$ ,

$h_b$  – szerokość stopki ceownika,

$t_{wb}$  – grubość stopki ceownika,

$r_{jb}$  – promień zaokrąglenia między stopką i środkiem ceownika,

$t_{fb}$  – grubość środka ceownika,

$f_{y0}$  – granica plastyczności stali, zastosowanej na pas,

$W_y$  – wskaźnik wytrzymałości przekroju pasa dolnego,

$W_y = I_y / z$ ,

$I_y$  – moment bezwładności przekroju pasa względem osi  $y - y$ , prostopadłej do osi  $z - z$ ,

$z$  – odległość od osi obojętnej do krawędzi pasa ceownika,  $z = h_{b0} - e_{z0}$ ,

$h_{b0}$  – szerokość stopki ceownika, zastosowanego na pas,

$e_{z0}$  – jak na rysunku 2.

Zwykle naprężenie zredukowane według (7c), ustalone w odniesieniu do skrajnego przedziału pasa jest wartością miarodajną do oceny nośności pasa dolnego.

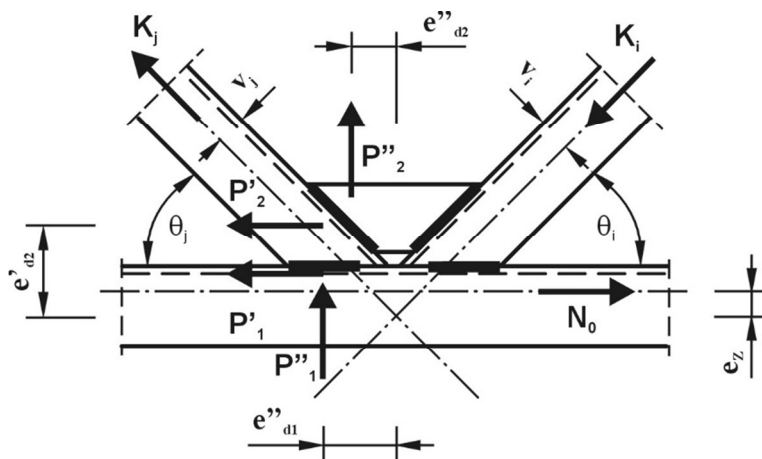
Projektując węzeł według rozwiązania z rys. 2, może wystąpić konieczność zmniejszenia naprężenia stycznego w przekroju pasa dolnego. Uzyskuje się to, projektując w odpowiednim węźle dodatkową blachę węzłową według rys. 5.

Oceny sił w częściach składowych węzła dokonuje się w następujący sposób.

Składowe siły w krzyżulcu równoległa lub prostopadła do pasa, przenoszone przez układ odcinków spoin pachwinowych, łączących elementy z pasem i z blachą węzłową są sumami (rys. 5):

$$4P'_1 + 2P'_2 = K \cos \theta \quad (8a)$$

$$4P''_1 + 2P''_2 = K \sin \theta \quad (8b)$$



Rys. 5. Układ spoin łączących krzyżulce i pas dolny kratownicy

Fig. 5. Welded connection between brace members and lower chord of the truss

Te siły powodują powstanie momentów zginających w tymże układzie odcinków spoin pachwinowych względem punktu przecięcia się osi krzyżulców. Ustala się je:

$$4P'_1 e'_{d1} + 2P'_2 e'_{d2} = N_{0,Ed} e_z \quad (8c)$$

$$4P''_1 e''_{d1} + 2P''_2 e''_{d2} = -N_{0,Ed} e_z \quad (8d)$$

Z rozwiązania układu równań (8) uzyskuje się:

$$P'_1 = \frac{N_{0,Ed} e_z - 0,25 K_j \cos \theta_j e'_{d2}}{4(e'_{d1} - e'_{d2})} \quad (9a)$$

$$P'_2 = 0,5 K_j \cos \theta_j - 2P'_1 \quad (9b)$$

$$P''_1 = -\frac{N_{0,Ed} e_z + 0,25 K_j \sin \theta_j e''_{d2}}{4(e''_{d1} - e''_{d2})} \quad (9c)$$

$$P''_2 = 0,5 K_j \sin \theta_j - 2P''_1 \quad (9d)$$

Tak ustalone siły, obciążające węzeł, służą do oceny nośności jego składowych części, czyli odcinków spoin pachwinowych i krzyżulca w styku ze środkiem ceownika pasa. Siła  $P''_1$  zmniejsza siłę poprzeczną, przyłożoną do pasa, która obecnie wynosi:



$$V_{Ed} = K_j \sin \theta_j - \frac{N_{0,Ed} e_z + 0,25 K_j \sin \theta_j e''_{d2}}{2(e''_{d1} - e''_{d2})} \quad (10)$$

W wypadku krzyżulca, obciążonego siłą  $K_i$ , we wzorach (9) i (10) należy zastąpić indeksy  $j$  przez indeksy  $i$  oraz przy symbolu  $K$  znak zmienić na przeciwny, gdyż jest to pręt ściskany.

Naprężenia w odcinkach spoin pachwinowych, łączących blachę węzłową z krzyżulcami, których długość wynosi  $l_2$ , oblicza się, ustalając najpierw składowe osi podłużnych tych spoin:

– składowa, działająca równoległe:

$$P_{2,par} = (P'_2 + P''_2) / \cos \theta \quad (11a)$$

– składowa, działająca prostopadle:

$$P_{2,per} = (P'_2 - P''_2) / \sin \theta \quad (11b)$$

przy czym przyjmuje się  $\theta_j$  lub  $\theta_i$  w zależności od tego, która z sił  $K_j$  lub  $K_i$  oddziałuje na wartości sił  $P'_2$  lub  $P''_2$ .

Spoiny, łączące blachę węzłową z krzyżulcami składają się z dwóch odcinków o grubości  $a_{w2} \leq 0,7 \cdot 0,5 t_p = 0,35 t_p$  (gdzie  $t_p$  jest grubością blachy węzłowej). Przekrój układu tych odcinków wynosi  $A_{w2} = 2a_{w2}l_2$ . Naprężenia w odcinkach tych spoin wynoszą:

$$\tau_{\parallel} = P_{2,par} / A_{w2} = (P'_2 + P''_2) / (A_{w2} \cos \theta) \quad (12a)$$

$$\tau_{\perp} = P_{2,per} / A_{w2} = (P'_2 - P''_2) / (A_{w2} \sin \theta) \quad (12b)$$

oraz naprężenie maksymalne:

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau_{\parallel}^2 + \tau_{\perp}^2} \leq f_{vw,d} \quad (12c)$$

przy czym  $f_{vw,d}$  jest obliczeniową wytrzymałością spoiny pachwinowej na ścinanie.

Blacha czołowa jest rozciągana i ścinana siłami  $P'_2$  i  $P''_2$ . Jej nośność ustala się zgodnie z regułami PN-EN 1993-1-1 w sposób następujący:

$$\left( \frac{\sigma_{Ed}}{f_{yp} / \gamma_{M0}} \right)^2 + 3 \left( \frac{\tau_{Ed}}{f_{yp} / \gamma_{M0}} \right)^2 \leq 1 \quad (13)$$

przy czym:

$\sigma_{Ed} = P'_2 / (h_p t_p)$  – rozciągające naprężenie normalne,

$\tau_{Ed} = 1,5 P''_2 / (h_p t_p)$  – naprężenie styczne,

$h_p$  – wysokość blachy węzłowej ( $h_p = l_2 / \sin\theta$ ),

$t_p$  – grubość blachy węzłowej, zwykle przyjmowana o grubości półki kątownika mniejszego rozmiaru, czyli kątownika rozciąganego,

$f_{yp}$  – granica plastyczności stali, zastosowanej na blachę węzłową.

## 5. Nośność prętów kratownicy

Projektując więzary omawianego rodzaju, należy brać pod uwagę dwie sytuacje podczas doboru przekroju krzyżulców:

1) W rozwiązaniu węzła według rys. 2 pręty skratowania rozciągane lub ściskane są przycinane tak, że powstaje szpic w narożu, tworzonego przez półki kątownika. Ta część ścianek krzyżulca obliczeniowo jest wyłączona w kontakcie z pasem z przenoszenia siły podłużnej, występującej w krzyżulcu. W takim wypadku w ściankach szpica nie powstaje koncentracja naprężeń, uniemożliwiająca prawidłową ocenę długości współpracującej odcinków spoin pachwinowych.

2) Natomiast w rozwiązaniu węzła według rys. 3 ukośne cięcie kątownika powoduje powstanie szpica na zakończenie długości współpracującej spoiny pachwinowej. Węzły z takimi szpicami na ogół nie są zalecane do stosowania w elementach nośnych konstrukcji stalowych. Jednak propozycje węzłów o podobnych szpicach są znane (patrz rys. 7.33, rys. 7.34, rys. 6.16, rys. 6.33 w [6] lub rys. 10.28, rys. 10.29 w [10]). Najczęściej projektuje się je w wypadku prętów obciążonych niedużymi siłami podłużnymi i przy niedużych przekrojach poprzecznych tych elementów. Jednak autorzy tych wskazań nie ograniczyli korzystania z nich przy występowaniu w prętach większych wartości sił podłużnych. W częściach ścianek krzyżulca z rys. 3 w obszarze szpica mogą jednak powstać duże koncentracje naprężeń. Takie wyłączenie zwiększa prawdopodobieństwo zgniecenia ścianki ściskanej lub wystąpienia nadmiernego wydłużenia ścianki rozciąganej, prowadząc do przedwczesnego pęknięcia spoiny pachwinowej. Z tego powodu autorzy proponują projektowanie krzyżulców z omawianymi szpicami o zwiększonym (nadmiernie niewykorzystanym) przekroju poprzecznym kątownika. Nośność prętów poza węzłem ustala się zgodnie z regułami PN-EN 1993-1-1.

## 6. Przykład obliczania prętów i węzła

Węzeł według rys. 2 jest obciążony siłami:  $K_j = 394,7$  kN,  $K_i = -360,5$  kN,  $N_0 = 538,3$  kN. Jego geometria:  $\theta_j = 42^\circ 4' 6''$ ,  $\sin \theta_j = 0,6700$ ,  $\cos \theta_j = 0,7434$ ,  $\theta_i = 47^\circ 7' 6''$ ,  $\sin \theta_i = 0,7328$ ,  $\cos \theta_i = 0,6805$ .

Pierwszy od podpory krzyżulec projektuje się z kątownika 90×90×11,  $A_j = 18,7$  cm<sup>2</sup>,  $I_y = 57,1$  cm<sup>4</sup>,  $v = 3,7$  cm, stal S355,  $f_{tj} = 355$  MPa,  $f_{tj} = 490$  MPa,  $\beta_w = 0,9$ .

Drugi od podpory krzyżulec projektuje się z kątownika 120×120×12,  $A_i = 27,5 \text{ cm}^2$ ,  $v = 4,8 \text{ cm}$ ,  $i_y = 2,35 \text{ cm}$ ,  $i_z = 4,6 \text{ cm}$ ,  $I_y = 152 \text{ cm}^4$ ,  $I_w = 0$ ,  $I_T = 13,82 \text{ cm}^4$ ,  $r_j = 0,5 \cdot 120\sqrt{2} = 84,85 \text{ mm}$ ,  $k_b = 0,9$ ,  $k_w = 1,0$ , stal S355,  $f_{yi} = 355 \text{ MPa}$ ,  $f_{ui} = 490 \text{ MPa}$ ,  $\beta_w = 0,9$ ,  $\varepsilon = 0,81$ .

Pas dolny projektuje się z ceownika U300,  $A_0 = 58,8 \text{ cm}^2$ ,  $z_{e0} = 2,7 \text{ cm}$ ,  $h_{b0} = 100 \text{ mm}$ ,  $t_{fb} = 10 \text{ mm}$ ,  $t_{wb} = 16 \text{ mm}$ ,  $r_{ib} = 16 \text{ mm}$ ,  $I_y = 495 \text{ cm}^4$ , Stal S275,  $f_{y0} = 275 \text{ MPa}$ ,  $f_{u0} = 390 \text{ MPa}$ ,  $\beta_w = 0,85$ .

- A. Sprawdzenie nośności pręta, węzła i połączenia drugiego krzyżulca od podpory.
- a) Sprawdzenie przy wyboczeniu giętnym w płaszczyźnie symetrii wiązara. Długość krzyżulca:  $l = 2388,4 \text{ mm}$ .

$$\lambda_1 = 93,9 \cdot 0,81 = 76,4 \quad \bar{\lambda} = \frac{0,9 \cdot 2388,4}{76,4 \cdot 23,5} = 1,2 \quad \alpha = 0,49$$

$$\Phi = 0,5 \left[ 1 + 0,49(1,2 - 0,2) + 1,2^2 \right] = 1,465$$

$$\chi = \frac{1}{1,465 + \sqrt{1,465^2 - 1,2^2}} = 0,47$$

$$N_{Rd} = 0,47 \cdot 2750 \cdot 355 = 458,8 \cdot 10^3 \text{ N} = 458,8 \text{ kN}$$

$$\frac{360,5}{458,8} = 0,785 < 1,0$$

- b) Obliczenie mimośrod w celu osiowego przyłożenia obciążenia we współpracującym przekroju spoin węzła. Ustala się długość współpracującą, stosując wzory (1) przy  $\theta = \pi/2$ :

$$d_{f1} = 3,14 \cdot 120 / 3 = 94,2 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = 2 \cdot 120 / \sqrt{2} = 169,7 \text{ mm}$$

$$d_f = 0,5(94,2 + 169,7) = 132 \text{ mm}$$

$$b_{eff} = 0,6124 \cdot 132 = 80,8 \text{ mm}$$

Mimośród ustala się, jak następuje:

$$e_d = \frac{1}{\sqrt{2}} (b_l - 0,5b_{eff} - \sqrt{2}v_j) = \frac{1}{\sqrt{2}} (120 - 0,5 \cdot 80,8 - \sqrt{2} \cdot 45) = 8,27 \text{ mm}$$

Moment zginający pręt wynosi:

$$M_{Ed} = K_t e_d = 360,5 \cdot 8,27 = 2988,3 \text{ kNmm}$$

Wskaźnik wytrzymałości:

$$z = b_i / \sqrt{2} - v_i = 120 / \sqrt{2} - 48 = 36,9 \text{ mm}$$

$$W_{el,y} = I_y / z = 152 \cdot 10^4 / 36,9 = 41,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Nośność przekroju przy zginaniu:

$$M_{Rd} = 355 \cdot 41,2 \cdot 10^3 = 14,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 14,6 \cdot 10^3 \text{ kNmm}$$

Sprawdzenie nośności

$$\frac{360,5}{458,8} + 2988,3 / 14620 = 0,989 < 1,0$$

- c) Sprawdzenie nośności pręta w węźle. Ustala się długość współpracującą połączenia, stosując wzory (1) przy  $\theta_i$ :

$$d_{f1} = 3,14 \cdot 120 / (4 \cdot 0,7328) = 125,1 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = 2 \cdot 120 / (\sqrt{2} \cdot 0,7328) = 231,6 \text{ mm}$$

$$d_f = 0,5(125,1 + 231,6) = 178,4 \text{ mm}$$

$$b_{eff} = 0,6124 \cdot 178,4 = 109,5 \text{ mm}$$

Naprężenia w przekroju współpracującym wynoszą:

$$\sigma = \frac{K_i \sin \theta_i}{2 \cdot t_i \cdot b_{eff}} = \frac{360500 \cdot 0,6805}{2 \cdot 12 \cdot 109,5} = 93,3 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{1,15 \cdot K_i \cos \theta_i}{2(b_i - 0,5t_i) \cdot t_i} = \frac{1,15 \cdot 360500 \cdot 0,7328}{2(120 - 0,5 \cdot 12) \cdot 12} = 111,0 \text{ MPa}$$

Przyjęto naprężenia styczne z możliwością wyrównania się w przekroju podczas jego uplastyczniania zmieniającego rozkład paraboliczny na prostokątny. Maksymalne naprężenia zgodnie ze wzorem Hubera wynoszą:

$$\sigma_{max} = \sqrt{93,3^2 + 3 \cdot 111,0^2} = 213,7 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa}$$

- d) Sprawdzenie naprężeń w spoinach pachwinowych. Przyjęto  $a_w = 5 \text{ mm} < 0,7 \cdot 12 = 8,4 \text{ mm}$  oraz  $A_w = 4a_w b_{eff} = 4 \cdot 5 \cdot 109,5 = 2190 \text{ mm}^2$ .

Siły, obciążające spoiny wynoszą:

$$V_{II} = K_i \cos \theta_i = 360,5 \cdot 0,6805 = 245,3 \text{ kN}$$

$$V_{\perp} = K_i \sin \theta_i = 360,5 \cdot 0,7328 = 264,2 \text{ kN}$$

Naprężenia ścinające:

$$\tau_{\parallel} = 245200 / 2190 = 112 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\perp} = 264200 / 2190 = 120,6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau_{\parallel}^2 + \tau_{\perp}^2} = 164,6 \text{ MPa} < 430 / (\sqrt{3} \cdot 0,85 \cdot 1,25) = 233,9 \text{ MPa}$$

Dalsze sprawdzenie nośności węzła jest zbędne, gdyż długość współpracująca  $b_{eff}$  krzyżulca z kątownika 120x120x12 jest większa niż długość współpracująca krzyżulca z kątownika 90x90x11, a siła  $V_{\perp} = 246,2 \text{ kN}$  jest taka sama.

e) Sprawdzenie wyboczenia giętno – skrętnego przy zginaniu na mimośrodku  $e_d = 8,27 \text{ mm}$ . Wartości pomocnicze wynoszą (patrz wzory w [3]):

$$i_p^2 = 2,35^2 + 4,6^2 = 26,7 \text{ cm}^2$$

$$i_s^2 = 26,7 + 4,8^2 = 49,7 \text{ cm}^2$$

$$c^2 = 0,03 \frac{13,82}{484} (0,9 \cdot 238,84)^2 = 51,5 \text{ cm}^2$$

Smukłość zastępcza wyboczenia giętno – skrętnego [3]:

$$\lambda_{zT} = \frac{0,9 \cdot 238,84}{4,6} \sqrt{\frac{51,5 + 49,7 - 0,827(8,485 - 2 \cdot 4,8)}{2 \cdot 51,5}}$$

$$\left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 51,5 [26,7 - 0,827(8,485 + 0,827) + 0,1(0,9^2 - 1)(-0,827 - 4,5)^2]}{[51,5 + 49,7 - 0,827(8,485 - 2 \cdot 4,8)]^2}} \right\} = 58,8$$

$$\lambda_{zT} / \lambda_1 = 58,8 / 76,4 = 0,769 < 1,2$$

Wyboczenie giętno – skrętne nie jest miarodajne do oceny nośności pręta.

B. Sprawdzenie nośności pręta, węzła i połączenia pierwszego krzyżulca od podpory:

a) Sprawdzenie nośności pręta przy rozciąganiu i zginaniu a płaszczyźnie symetrii.

$$d_{f1} = 3,14 \cdot 90 / 4 = 71 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = 2 \cdot 90 / \sqrt{2} = 121,3 \text{ mm}$$

$$d_f = 0,5(71 + 121,3) = 96,2 \text{ mm}$$

$$b_{eff} = 0,6124 \cdot 96,2 = 58,9 \text{ mm}$$

$$e_d = \frac{1}{\sqrt{2}}(90 - 0,5 \cdot 58,9 - \sqrt{2} \cdot 37) = 5,8 \text{ mm}$$

$$M_{Ed} = 394,7 \cdot 5,8 = 2289,3 \text{ kNmm}$$

$$N_{Rd} = 1870 \cdot 355 = 663,9 \text{ kN}$$

$$z = 90 / \sqrt{2} - 37 = 26,6 \text{ mm}$$

$$M_{Rd} = 571000 \cdot 355 / 26,6 = 7620 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = 7620 \text{ kNmm}$$

Sprawdzenie nośności:

$$\frac{394700}{883900} + \frac{2289,3}{7620} = 0,895 < 1,0$$

b) Sprawdzenie nośności pręta w węźle:

$$d_{f1} = 3,14 \cdot 90 / (4 \cdot 0,67) = 105,4 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = 2 \cdot 90 / (\sqrt{2} \cdot 0,67) = 190 \text{ mm}$$

$$d_f = 0,5(105,4 + 190) = 147,7 \text{ mm}$$

$$b_{eff} = 0,6124 \cdot 147,7 = 90,5 \text{ mm}$$

$$\sigma = 394700 \cdot 0,67 / (2 \cdot 90,5 \cdot 11) = 132,8 \text{ MPa}$$

$$\tau = 1,15 \cdot 394700 \cdot 0,7434 / (2 \cdot 11(90 - 0,5 \cdot 11)) = 181,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max} = \sqrt{132,8^2 + 3 \cdot 181,5^2} = 340,9 \text{ MPa} < 355 \text{ MPa}$$

c) Sprawdzenie połączenia. Przyjęto  $a_w = 7 \text{ mm}$ ,  $A_w = 4 \cdot 7 \cdot 90,5 = 2534 \text{ mm}^2$

$$\tau_{\square} = 294700 \cdot 0,7434 / 2534 = 115,8 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\perp} = 394700 \cdot 0,67 / 2534 = 104,4 \text{ MPa}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{115,8^2 + 104,4^2} = 214,7 \text{ MPa} < 233,9 \text{ MPa}$$

d) Sprawdzenie nośności środka pasa dolnego przy jego lokalnym obciążeniu (patrz wzory w [3]):

Wartości nośności  $N_{j,Rd}^*$ :

- przy uplastycznieniu środka pasa:

$$N_{1,Rd} = k_m \cdot f_{y0} \cdot t_{fb}^2 \frac{2 + 2,8\beta}{\sqrt{1 - 0,9\beta}} / \gamma_{M5}$$

$$\beta = \frac{2 \cdot b_{eff}}{\sqrt{2} \cdot b_{jb}} = \frac{2 \cdot 90,5}{\sqrt{2} \cdot 300} = 0,427$$

$$N_{1,Rd} = 1 \cdot 275 \cdot 10^2 \frac{2 + 2,8 \cdot 0,427}{\sqrt{1 - 0,9 \cdot 0,427}} / 1,0 = 112 \cdot 10^3 N = 112 \text{ kN}$$

- podczas zginania brzegów pasa:

$$N_{1,Rd} = 2k_m \cdot f_{y0} \cdot t_{fb}^2 (2t_j + 10t_{wb}) / \gamma_{M5}$$

$$N_{1,Rd} = 2 \cdot 1,0 \cdot 275 \cdot 10 (2 \cdot 11 + 10 \cdot 16) / 1,0 = 1001 \cdot 10^3 N = 1001 \text{ kN}$$

- podczas przebiecia pasa:

$$N_{1,Rd} = 2 \frac{f_{y0} \cdot t_{fb}}{\sqrt{3}} (2t_j + 2b_{ep}) / \gamma_{M5}$$

$$b_{ep} = \frac{10}{b_{jb} / t_{fb}} \cdot \frac{b_{eff}}{\sqrt{2}} = \frac{10}{300 / 10} \cdot \frac{90,5}{\sqrt{2}} = 21,3 \text{ mm} < \frac{90,5}{\sqrt{2}} = 64 \text{ mm}$$

$$N_{1,Rd} = 2 \cdot \frac{275 \cdot 10}{\sqrt{3}} (2 \cdot 11 + 2 \cdot 21,3) / 1,0 = 205 \cdot 10^3 N = 205 \text{ kN}$$

Wartość nośności  $N_{j,Rd}^{**}$ :

$$N_{1,Rd} = 2k_m f_{y0} t_{fb}^2 \left( 2b_{eff} / b_{jb} + 4\sqrt{1 - t_j / t_{fb}} \right) / \gamma_{M5}$$

$$N_{1,Rd} = 2 \cdot 1,0 \cdot 275 \cdot 10^2 \left( 2 \cdot 90,5 / 300 + 4\sqrt{1 - 11 / 300} \right) / 1,0$$

$$N_{1,Rd} = 249,1 \cdot 10^3 N = 249,1 \text{ kN}$$

Nośność środnika:

$$N_{j,Rd} = 0,5(112 + 249,1) = 180,6 \text{ kN} < 394,7 \cdot 0,6700 = 264,4 \text{ kN} = V_{Ed,1}$$

Nośność środnika pasa jest niedostateczna. Najprostszym sposobem usunięcia tego niedostatku jest wzmocnienie środnika ceownika w obszarze węzła przez przyspawanie blachy o grubości 13 mm. Innym rozwiązaniem jest zamiana stali pasa z gatunku S275 na S355. To pozwala zwiększyć nośność środnika do wartości  $233,1 \text{ kN} < 264,4 \text{ kN}$ , ale ponadto trzeba uzyskać zmniejszenie siły poprzecznej w węźle o 12% przez wspawanie blachy między krzyżulcami, według rozwiązania z rys.5.

- e) Pas dolny jest zginany i ścinany w przedziale między słupkiem podporowym i rozpatrywanym węzłem, a rozciągany, zginany i ścinany w drugim przedziale. Moment zginający w węźle powstaje wskutek mimośrodowego przecinania się osi krzyżulców względem osi pasa (rys. 2). Jego wartość oblicza się według wzoru (4) przy mimośrodku według (2):

$$e_z = \left( 11 + \frac{37 + 5,8}{0,67} \right) \frac{0,67}{0,7434} - 27 = 40,5 \text{ mm}$$

$$M_B = 538,3 \cdot 40,5 = 21,8 \cdot 10^3 \text{ kNmm}$$

$$z = 100 - 27 = 73 \text{ mm}$$

$$e_j = 40,5 \cdot 0,7434 / 0,67 = 44,9 \text{ mm}$$

$$e_i = 40,5 \cdot 0,6085 / 0,7328 = 33,6 \text{ mm}$$

Zredukowane momenty zginające w węźle oblicza się według (6) przy  $l_1 = 1625 \text{ mm}$  i  $l_2 = 3250 \text{ mm}$ :

$$M'_B = \frac{1625 - 44,9}{1625 + 3250} \cdot \frac{3250}{1625} \cdot 21,8 \cdot 10^3 = 14,1 \cdot 10^3 \text{ kNmm}$$

$$M''_B = \frac{3250 - 33,6}{1625 + 3250} \cdot \frac{1625}{3250} \cdot 21,8 \cdot 10^3 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ kNmm}$$

Składowa siły poprzecznej w węźle prostopadła do pasa wynosi:

$$V_{Ed} = 395,7 \cdot 0,6700 = 264,4 \text{ kN}$$

Cechy geometryczne przekroju pasa:

$$W_{y,\min} = 495 \cdot 10^4 / 73 = 67,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$W_{y,\max} = 495 \cdot 10^4 / 27 = 183,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$A_y = 2(100 \cdot 16 + 16 \cdot 10) = 3520 \text{ mm}^2$$

Naprężenia w skrajnym przedziale pasa:

$$\sigma = 14,1 \cdot 10^3 / 67800 = 208 \text{ MPa}$$

$$\tau = 264400 / 3520 = 75,1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\max} = \sqrt{208^2 + 3 \cdot 75,1^2} = 245,3 \text{ MPa} < 275 \text{ MPa}$$

Naprężenia w drugim od podpory przedziale pasa:

$$\sigma = 538300 / 5880 + 7,2 \cdot 10^3 / 67800 = 197,6 \text{ MPa}$$

$$\tau = 71,5 \text{ MPa}$$



$$\sigma_{max} = \sqrt{197,6^2 + 3 \cdot 75,1^2} = 236,6 \text{ MPa} < 275 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{min} = 538300 / 5880 - 7,2 \cdot 10^6 / 183300 = 52,3 \text{ MPa} < 275 \text{ MPa}$$

W węźle środnik zawsze jest rozciągany, wobec czego współczynnik  $k_m = 1,0$ , jak przyjęto podczas jego sprawdzania pod obciążeniem lokalnym.

Środnik skrajnego przedziału pasa jest rozciągany pod działaniem momentu zginającego. Natomiast środnik pasa dolnego w drugim przedziale od podpory jest rozciągany mimo występowania momentu zginającego, dającego dodatkowe naprężenie ściskające.

Połączenie pasa dolnego z blachą czołową styku montażowego w środku rozpiętości wiarza przeprowadza się w sposób, przedstawiony w [4].

## Literatura

- [1] Bródka J., Broniewicz M.: Projektowanie konstrukcji stalowych według Eurokodów. PWT. Rzeszów 2013.
- [2] Bródka J., Broniewicz M.: Truss design with one-membered elements. and N-joints. XIII International Conference on Metal Structures. Zielona Góra. 15-17 June 2016.
- [3] Bródka J., Broniewicz M.: Projektowanie wiązarów z ceowników i kątowników równoramiennych o węzłach typu N. – Inżynieria i Budownictwo. 2016, nr 2.
- [4] Bródka J., Broniewicz M.: Design of trusses made of channel sections according to Eurocode rules. "Czasopismo Inżynierii Lądowej, Środowiska i Architektury - Journal of Civil Engineering, Environment And Architecture. JCEEA", t. XXXII, z. 62 (3/II/15), pp. 37-61. 2015. DOI: 10.7862/rb.2015.139.
- [5] Bródka J., Kozłowski A., Ligocki I., Łaguna J., Ślęczka L.: Projektowanie i obliczanie połączeń i węzłów konstrukcji stalowych. PWT. Drugie wydanie. Rzeszów 2013.
- [6] Łubiński M., Filipowicz A., Żółtowski W.: Konstrukcje metalowe. Część 1. Arkady. Warszawa 2001.
- [7] PN-EN 1090-2: 2007 Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych – Część 2: Wymagania techniczne dotyczące wykonania konstrukcji stalowych.
- [8] PN-EN 1993-1-1: 2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [9] PN-EN 1993-1-8: 2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 8: Projektowanie węzłów.
- [10] Wardenier J., Packer J. A., Zhao X.-L., van der Vegte G. J.: Hollow section in structural applications. Bouven met staal. Zoetemeer 2010.
- [11] Rykaluk K.: Konstrukcje stalowe. Podstawy i elementy. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne. Wrocław 2001.

**DESIGN OF LATTICE GIRDERS WITH K-JOINTS MADE FROM CHANNELS AND ANGLES WITH EQUAL SIDES.  
PART 1. LOWER CHORD JOINTS**

**S u m m a r y**

Lattice girders with K-joints are designed as a member lay-out shown in Fig. 1. Lower chords are made from channels and branch members in angles with equal sides. K-joints can be designed as shown in Fig. 2 or Fig. 3. In the first case, branch members and a lower chord are jointed in eccentricity. The estimation of the truss joint capacity according to Fig. 2. is discussed. A gusset plate can be designed to reinforce the joint resistance and lower chord in bending. The design example is made to explain the calculations of member strength and joint resistance.

**Keywords:** steel trusses, designing of trusses joints connecting angle brace members and channel section chords, gap K joints in trusses

DOI:10.7862/rb.2016.183

*Przesłano do redakcji: 15.11.2016 r.*

*Przyjęto do druku: 30.11.2016 r.*