

Marian GIŻEJOWSKI¹

Radosław SZCZERBA²

Marcin GAJEWSKI³

MODELE MES I METODY SYMULACJI W ANALIZIE ZWICHRZENIA ZGINANYCH ELEMENTÓW KONSTRUKCJI STALOWYCH

Przedstawiono metody symulacji statecznościowego zachowania się zginanych elementów konstrukcji stalowych z wykorzystaniem modelowania skończonego elementowego. Rozważania dotyczą belek nieidealnych, wykonanych z walcowanych kształowników szerokostopowych HEB i wąskostopowych IPE, o wstępnym wygięciu odpowiadającym pierwszej formie zwichrzenia. Idealizacja warunków brzegowych modeli numerycznych w pełni odpowiada założeniom przyjmowanym w podejściu analitycznym przy obliczaniu zwichrzenia belek. Wykonano geometrycznie i materiałowo nieliniowe analizy GMNIA wspomagane analizą LBA oraz zbadano wpływ ciężaru własnego na uzyskane wyniki. Do obliczeń numerycznych wykorzystano program komputerowy ABAQUS/Standard.

Słowa kluczowe: dwuteownik stalowy, zwichrzenie, MES, LBA, GMNIA

1. Wprowadzenie

Analiza stateczności sprężystej elementów idealnych, rozpatrywana w ramach teorii prętowej jako bifurkacja równowagi, została zapoczątkowana w XVIII wieku przez Eulera wraz z podaniem fundamentalnego rozwiązania dotyczącego giętnego wyboczenia nieważkiego elementu swobodnie podpartego.

Rozwój analitycznych metod matematycznych oraz mechaniki prętów odkształcalnych umożliwił w kolejnych wiekach rozwinięcie badań w kierunku uwzględnienia form giętno-skrętnych i niestateczności dynamicznej, które doprowadziły w XX wieku do sformalizowania opisu zagadnień statyki, stateczności i dynamiki prętów przez Własowa i Umańskiego.

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Marian Giżejowski, Politechnika Warszawska, al. Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, tel.: +48 22 234 6554, m.gizejowski@il.pw.edu.pl

² Radosław Szczerba, Politechnika Warszawska, al. Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, tel.: +48 22 234 6261, r.szczerba@il.pw.edu.pl

³ Marcin Gajewski, Politechnika Warszawska, al. Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa, tel.: +48 22 234 5164, m.gajewski@il.pw.edu.pl

W XX wieku skoncentrowano się na zagadnieniach wyboczenia niesprężystego oraz technicznej utraty stateczności elementów nieidealnych, co stworzyło podwaliny pod ogólną teorię nośności prętów w ujęciu geometrycznie nieliniowym oraz technicznej utraty stateczności we współczesnych normach projektowania konstrukcji (eurokodów konstrukcyjnych). W literaturze krajowej ważne odnotowania są opracowania monograficzne [1, 2, 3].

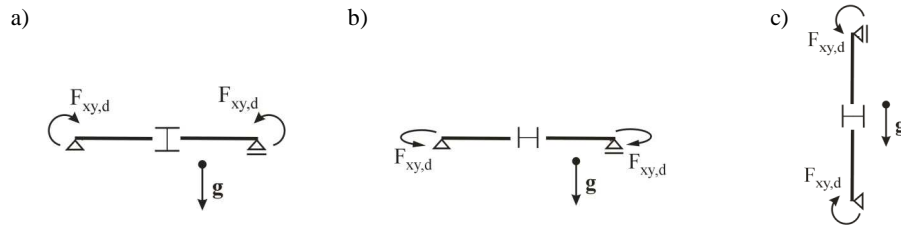
Praktycznie nieograniczone możliwości badawcze w zakresie różnych zjawisk niestateczności stworzone zostały wraz z pojawieniem się metody elementów skończonych i rozwojem metod numerycznych. Powstało wiele programów komputerowych do symulacji procesów fizycznych, z uwzględnieniem różnych form niestateczności lokalnej, dystorsyjnej i ogólnej, a także form interakcyjnych w zakresie nieliniowym geometrycznie i materiałowo. Ocena wiarygodności modelu skończenie-elementowego powinna być walidowana (bezpośrednio lub pośrednio) oraz weryfikowana przez porównanie z rozwiązaniami analitycznymi w prostych przypadkach warunków brzegowych i oddziaływań.

W pracy przedstawiono wybrane aspekty numerycznego modelowania nośności i technicznej utraty stateczności ogólnej sprężysto-plastycznych elementów szkieletowych konstrukcji stalowych w przypadku zginania.

2. Rozpatrywane modele numeryczne

W teorii stateczności prętów na ogół zakłada się, że są one nieważkie, tzn. że wpływ na wyboczenie sił masowych (ciężaru) jest pomijalny w stosunku do sił zewnętrznych (obciążenia). W zakresie oddziaływań wieloparametrycznych, modelowanie sekwencji (kolejności zadawania) obciążenia nie ma wpływu na kształt krzywej lub powierzchni granicznej sprężystych stanów statecznych pojedynczego elementu konstrukcji. Zasada ta nie obowiązuje w zakresie sprężysto-plastycznym, aczkolwiek różnice w ocenie nośności mogą być nieistotne w wypadku prętów statycznie wyznaczalnych, w których stan graniczny przekroju osiągnąć jest praktycznie jednocześnie z uplastycznieniem jego najbardziej wyciężonych włókien.

Poprawność numerycznego rozwiązania konkretnego problemu statecznościowego zachowania się pręta niesprężystego zależy od sposobu modelowania realizacji obciążenia oraz warunków brzegowych. Rozważano belkę stalową o bisymetrycznym przekroju dwuteowym szerokostopowym lub wąskostopowym oraz momentowe obciążenie $F_{xy,d}$. Trzy charakterystyczne położenia takiego elementu względem sił grawitacji pokazano na rys. 1. Ponieważ rozpatrujemy element nieważki i pomijamy siły masowe, orientacja przekroju względem kierunku grawitacji nie ma tu znaczenia i zadanie można rozpatrywać przy założeniu dowolnego usytuowania elementu. Obciążenie momentami skupionymi $F_{xy,d}$ zaczepionymi w końcowych przekrojach belki wywołuje tylko momentowe efekty oddziaływań $M_{y,Ed}$ oraz momentowe efekty przemieszczeniowe w_{Ed} .



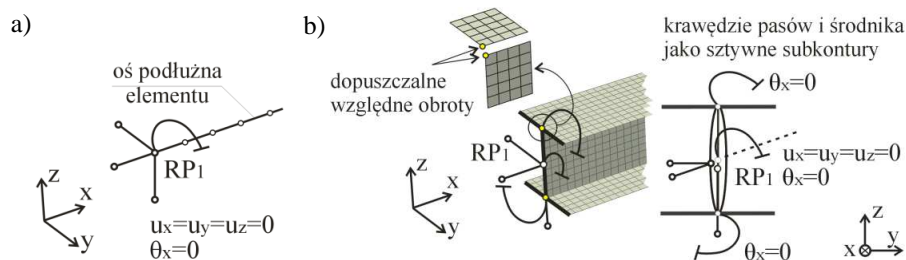
Rys. 1. Możliwe przypadki usytuowania elementu względem kierunku pola grawitacyjnego g ; a), b) ciężar własny powoduje zginanie, c) ciężar własny powoduje ściskanie

Fig. 1. Possible cases of the location of an element in the gravitational field g ; a), b) additional bending due to dead load, c) additional compression due to dead load

Symulacje wykonano z użyciem pakietu ABAQUS/Standard [4], stosując:

- a) dyskretyzację belkowymi elementami skończonymi (typ elementu B32OS) oraz powłokowymi elementami skończonymi (typ elementu S4R),
- b) liniową analizę zwichrzenia sprężystego (LBA),
- c) nieliniową analizę zwichrzenia technicznego w odniesieniu do geometrii nieidealnej (GMNIA) z uwzględnieniem wpływu sił masowych na wyniki.

Na rys. 2 przedstawiono sposoby dyskretyzacji i realizację warunków brzegowych. Model materiału przyjęto jako bilinearny [5], właściwości mechaniczne natomiast jak dla stali S235. W skończeniu elementowej analizie LBA zadanie sprowadza się do uwzględnienia jedynie macierzy konstytutywnej oraz macierzy początkowych naprężeń (równowaga statyczna w konfiguracji początkowej). W wypadku zaś analizy GMNIA uwzględnia się założenie dużych przemieszczeń, a więc w sformułowaniu skończenie elementowym bierze się pod uwagę nie tylko macierz początkowych naprężeń, ale i macierz początkowych przemieszczeń (pełne sprzężenie stanów przed- i powyboczeniowego oraz rozpatrywanie równowagi statycznej w konfiguracji aktualnej). Realizując obciążenie momentami skupionymi $F_{xy,d}$, zastosowano przyrostowo-iteracyjne algorytmy sterowania przemieszczeniowego i/lub obciążeniowego.



Rys. 2. Dyskretyzacja i warunki brzegowe; a) model belkowy, b) model powłokowy z liniowo-zmienną deplanacją na długości pasów

Fig. 2. Discretization and boundary conditions; a) beam model, b) shell model with a constant warping gradient along the flanges width

3. Analiza zwichrzenia technicznego belek nieważkich

Analizy GMNIA zwichrzenia technicznego belek przeprowadzono w dwóch etapach:

- **Etap I:** z użyciem modułu BUCKLE w celu wyznaczenia podstawowej wartości własnej i wektora własnego; rozważania dotyczą belek o wstępnym wygięciu odpowiadającym pierwszej formie zwichrzenia, która odpowiada eurokodowemu modelowi analitycznemu; zgodnie z [3], amplituda wygięcia w płaszczyźnie mniejszej bezwładności przekroju wyraża się wówczas zależnością:

$$e_{0,LT} = \frac{\alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2)}{\frac{M_{cy,Rk}}{B_{c,Rk}} \left[1 + \frac{N_{cr,z}}{M_{cr}} \left(\frac{B_{c,Rk}}{M_{cz,Rk}} - \frac{GI_T}{M_{cr}} \right) \right]}, \quad (1)$$

gdzie:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2}, \quad N_{cr,T} = \frac{A}{I_y + I_z} \left\{ GI_T + \frac{\pi^2 EI_w}{(k_w L)^2} \right\}. \quad (2a,b)$$

oraz: $B_{c,Rk}$ = bimomentowa nośność przekroju; $M_{cy,Rk}$, $M_{cz,Rk}$ = momentowe nośności przekroju; α_{LT} = parametr imperfekcji odniesiony do krzywej zwichrzenia miarodajnej dla metody ogólnej sprawdzenia nośności przy zwichrzeniu (pozostałe oznaczenia zgodnie z PN-EN 1993-1-1 [6]).

- **Etap II:** wykorzystując kształt imperfekcji z Etapu I, w Etapie II zrealizowano analizy GMNIA, w których zadawano obciążenie momentami skupionymi $F_{xy,d}$. Momentowe nośności elementów określano na podstawie sporządzonych ścieżek równowagi statycznej.

Eurokodowe krzywe zwichrzenia opisano następującym wzorem uogólnionym, w którym parametr smukłości uwzględnia oba momentowe efekty oddziaływań, tzn. $M_{y,Ed}$ oraz w_{Ed} :

$$\chi_{LT,mod} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT,mod}^2}}, \quad (3)$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT,mod} - \bar{\lambda}_{LT,0,mod}) + \bar{\lambda}_{LT,mod}^2 \right], \quad (4)$$

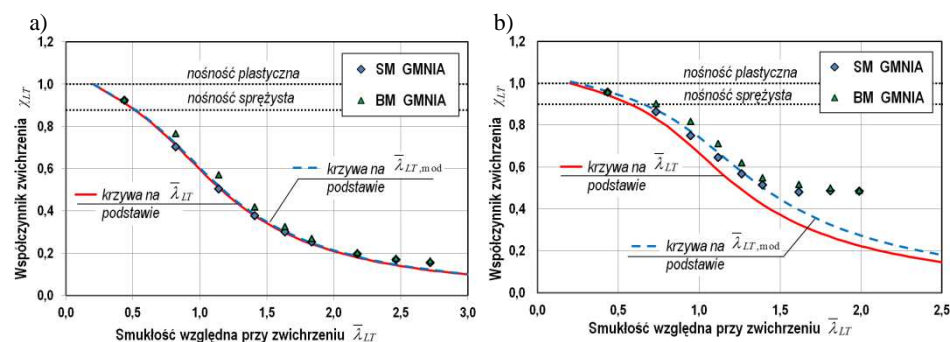
gdzie:

$$\bar{\lambda}_{LT,mod} = \sqrt[4]{1 - \frac{I_z}{I_y}} \bar{\lambda}_{LT}, \quad \bar{\lambda}_{LT,0,mod} = \frac{0,2}{\sqrt[4]{1 - \frac{I_z}{I_y}}}. \quad (5a, 5b)$$

Przy małych wartościach I_z/I_y zachodzi $\bar{\lambda}_{LT,mod} \rightarrow \bar{\lambda}_{LT}$ oraz $\bar{\lambda}_{LT,0,mod} \rightarrow 0,2$, co daje zależności obowiązujące dla belek o przekroju wąskostopowym (smukłość uwzględnia tylko momentowe efekty oddziaływań $M_{y,Ed}$). Przy tym założeniu obliczono wstępne amplitudy jako przeskalowane współrzędne wektora własnego z analizy LBA, opisujące składowe pól przemieszczeń i obrotów przekroju w połowie rozpiętości belki. Wyniki uzyskane z symulacji statecznościowego zachowania się elementów nieważkich przedstawiono na rys. 3.

Z analizy wyników pokazanych na rys. 3 można stwierdzić, że w przypadku belek stalowych o przekroju dwuteowym:

- w przypadku przekroju szerokostopowego, rozwiązania numeryczne uzyskane z analizy GMNIA prowadzą do wartości odpowiadających krzywej zwichrzenia bazującej na smukłości zmodyfikowanej $\bar{\lambda}_{LT,mod}$, a nie smukłości $\bar{\lambda}_{LT}$, co sugeruje, że projektowanie z pominięciem wpływu współczynnika I_z/I_y na zwichrzenie jest mało ekonomiczne; krzywa eurokodowa prowadzi zawsze do projektowania konserwatywnego,
- przypadku przekroju wąskostopowego, rozwiązania numeryczne uzyskane z analizy GMNIA prowadzą do wartości odpowiadających krzywej zwichrzenia bazującej na smukłości $\bar{\lambda}_{LT}$, co potwierdza słuszność twierdzenia, że uwzględnienie wpływu współczynnika I_z/I_y na stateczność pozwala na poprawne ujęcie zjawiska zwichrzenia technicznego belek stalowych o przekroju dwuteowym i różnych momentach bezwładności względem obu osi głównych.
- wyniki numeryczne odpowiadające przyjęciu w modelowaniu elementów belkowych leżą w całym zakresie smukłości powyżej wyników otrzymanych z wykorzystaniem elementów powłokowych, przy czym różnice zmniejszają się w zakresie małych i dużych smukłości belki,
- w zakresie dużych smukłości wyniki numeryczne leżą powyżej krzywej zwichrzenia wg modelu eurokodowego.



Rys. 3. Porównanie wyników uzyskanych z symulacji MES; a) IPE 500 (krzywa zwichrzenia b); b) HEB 300 (krzywa zwichrzenia a). BM - model belkowy, SM - model powłokowy

Fig. 3. Comparison of results from buckling strength simulations; a) IPE 500 (buckling curve b); b) HEB 300 (buckling curve a). BM - beam model, SM- shell model

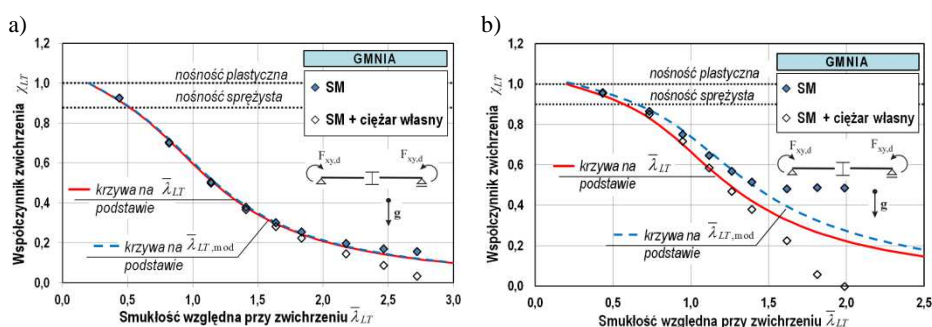
4. Wpływ sił masowych na nośność belek nieidealnych

Analizę wpływu sił masowych na techniczne zwichrzenie belek nieidealnych przeprowadzono dla trzech przypadków usytuowania belki, jak na rys. 1. Z uwagi na występowanie oddziaływań dwuparametrowych, analizę przeprowadzono w trzech etapach:

- **Etap I:** analiza LBA i przyjęcie kształtu oraz amplitudy imperfekcji jak w pkt. 3.
- **Etap II:** wykorzystanie wyników analizy Etapu I jako danych do opisu stanu wyjściowego do Etapu II, polegającego na przyrostowo-iteracyjnym rozwiązaniu zadania dwukierunkowego zginania i skręcania skrępowanego belki nieidealnej pod wpływem ciężaru własnego.
- **Etap III:** przyjmując za stan wyjściowy wyniki Etapu II, w Etapie III zrealizowano analizy GMNIA, w których badano zachowanie się belek pod wpływem przyłożenia obciążenia momentami skupionymi $F_{xy,d}$.

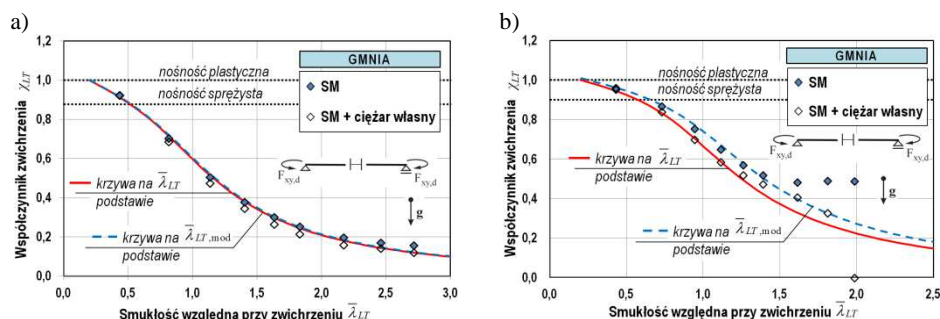
Wyniki analizy zwichrzenia technicznego belek w wypadku ich usytuowania jak na rys. 1 przedstawiono odpowiednio na rys. 4, 5 i 6.

Z porównania wyników na rys. 4 i rys. 5 można wywnioskować, że w wypadku gdy oś belki jest prostopadła do kierunku grawitacji, niezależnie od zwrotu wektora efektu $M_{y,Ed}$ oddziaływań, występuje znaczny wpływ sił masowych na zwichrzenie techniczne belek o przekroju szerokostopowym. Efekt ten można tłumaczyć tym, że siły masowe są w tym wypadku dodatkowym czynnikiem obciążenia (rys. 4) lub imperfekcji (rys. 5), który redukuje nośność belek realnych. W tych wypadkach, efekt podwyższenia nośności zaobserwowany w analizie zwichrzenia technicznego nieważkich belek jest de facto niwelowany w wyniku uwzględnienia wpływu sił masowych na nośność. Z porównania rezultatów przedstawionych na rys. 6 wynika, że w wypadku sposobu usytuowania elementu jak na rys. 1 c), typowego dla słu-



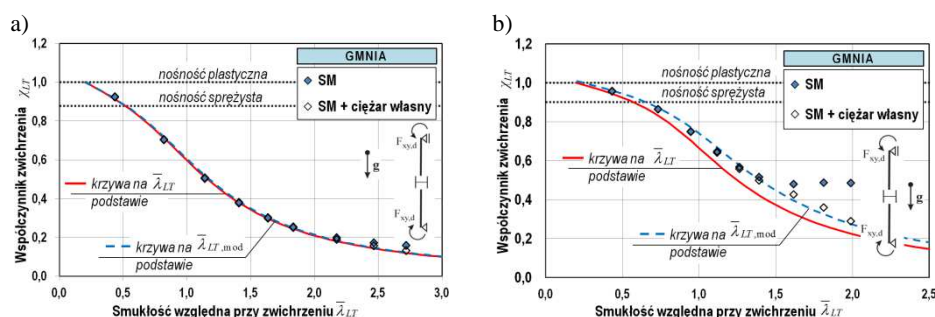
Rys. 4. Porównanie wyników uzyskanych z symulacji MES dotyczących usytuowania belek jak na rys. 1a); a) IPE 500 (krzywa zwichrzenia b); b) HEB 300 (krzywa zwichrzenia a)

Fig. 4. Comparison of results from FEM simulations for beams orientation as explained in Fig. 1a); a) IPE 500 (buckling curve b); b) HEB 300 (buckling curve a)



Rys. 5. Porównanie wyników uzyskanych z symulacji MES dotyczących usytuowania belki jak na rys. 1b); a) IPE 500 (krzywa zwichrzenia b); b) HEB 300 (krzywa zwichrzenia a)

Fig. 5. Comparison of results from FEM simulations for beams orientation as explained in Fig. 1b); a) IPE 500 (buckling curve b); b) HEB 300 (buckling curve a)



Rys. 6. Porównanie wyników uzyskanych z symulacji MES dotyczących usytuowania belki jak na rys. 1c); a) IPE 500 (krzywa zwichrzenia b); b) HEB 300 (krzywa zwichrzenia a)

Fig. 6. Comparison of results from FEM simulations for beams orientation as explained in Fig. 1c); a) IPE 500 (buckling curve b); b) HEB 300 (buckling curve a)

pów szkieletowych konstrukcji ramowych, ciężar własny wywołujący ścisnienie elementu, nie wpływa na obniżenie nośności i w tym wypadku można zdyskontować w projektowaniu efekt podwyższenia nośności słupów o przekroju szerokostopowym.

5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono zagadnienie statecznościowego zachowania się elementów konstrukcji stalowych o wyidealizowanych warunkach brzegowych. Przeprowadzone symulacje numeryczne uwzględniały proporcje przekroju oraz wpływ ciężaru własnego elementów na uzyskane wyniki. Rezultaty przeprowadzonych analiz stanowią punkt wyjścia do bardziej zaawansowanych rozważań, dotyczących elementów o realnych warunkach brzegowych.

Literatura

- [1] Waszczyszyn Z., Cichoń Cz., Radwańska M.: Metoda elementów skończonych w stateczności konstrukcji, Arkady, Warszawa 1990.
- [2] Weiss S., Giżejowski M.: Stateczność konstrukcji metalowych. Układy prętowe, Arkady, Warszawa 1991.
- [3] Rykaluk K.: Zagadnienia stateczności konstrukcji metalowych, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2012.
- [4] ABAQUS *Theory Manual*, Version 6.11, Dassault Systèmes, 2011.
- [5] Giżejowski, M., Szczerba, R., Gajewski, M., Stachura, Z.: Beam-column resistance interaction criteria for in-plane bending and compression, *Procedia Engineering*, Special Issue (eds. Jemioło S., Gajewski, M. & Krzeminski, M.). Open Access Journal, Elsevier, Vol. 111, 2015, s. 254-261.
- [6] PN-EN 1993-1-1: Eurokod 3 - Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

FEM MODELS AND SIMULATION METHODS IN LTB ANALYSIS OF STEEL STRUCTURAL ELEMENTS

Summary

Simulations using FEM with regard to stability behavior of steel structural elements subjected to bending are presented in the paper. Considerations are concerned with rolled wide flange HEB and narrow flange IPE section imperfect beams the imperfection profile of which corresponds to the first form of lateral-torsional buckling. Idealization of boundary conditions of FEM models complies with the assumptions used in the analytical formulation of stability problems of thin-walled beams. Geometrically and materially nonlinear analyses GMNIA were carried out taking into account an influence of dead load of structural elements on obtained results. Numerical simulations were conducted with use of ABAQUS/ Standard program.

Keywords: steel I-section beam, lateral-torsional buckling, FEM, LBA, GMNIA

Przestano do redakcji: 07.06.2016 r.

Przyjęto do druku: 30.06.2016 r.

DOI: 10.7862/rb.2016.40