

Michał GOŁDYN<sup>1</sup>

## PROPOZYCJA OKREŚLANIA EFEKTYWNEJ WYTRZYMAŁOŚCI BETONU WĘZŁÓW WEWNĘTRZNYCH POŁĄCZEŃ PŁYTOWO – SŁUPOWYCH

W referacie przedstawiono propozycję metody określania miarodajnej wytrzymałości betonu w przypadku analizy słupów z betonu o wysokiej wytrzymałości w strefie połączeń wewnętrznych z płytą wykonaną z betonu zwykłego lub lekkiego betonu kruszywowego. Bazuje ona na koncepcji efektywnej wytrzymałości betonu węzła, która, ze względu na jego skrępowanie przez otaczającą płytę, przewyższa wytrzymałość w stanie jednoosiowego ściskania. W proponowanej metodzie uwzględniono takie czynniki jak różnica wytrzymałości betonów płyty i słupa, rodzaj betonu płyty oraz wykorzystanie nośności płyty z uwagi na zginanie. Porównanie wartości teoretycznych z wynikami badań eksperymentalnych wykazało dobrą zgodność proponowanej metody obliczeń.

**Słowa kluczowe:** połączenia płytowo – słupowe, wytrzymałość efektywna betonu, beton wysokowartościowy, beton lekki, płyta żelbetowa, skrępowanie, przewarstwienie

### 1. Wprowadzenie

Znaczący postęp w technologii betonu umożliwił upowszechnienie stosowania w warunkach budowy betonów o wytrzymałościach na ściskanie dochodzących do  $100 \div 150$  MPa. Znalazły one zastosowanie w elementach głównej konstrukcji nośnej obiektów wysokich, takich jak trzony usztywniające czy słupy. Względy ekonomiczne przemawiają natomiast za projektowaniem stropów międzykondygnacyjnych z betonów zwykłych lub lekkich, które są pożądane ze względu na stosunkowo niewielki ciężar objętościowy.

Mimo praktycznego aspektu zagadnienia nie zostało ono dotychczas uregulowane w żadnych obowiązujących europejskich przepisach normowych. Rodzi to istotne problemy natury projektowej. Powstaje bowiem pytanie, jakie parametry wytrzymałościowe betonu należy założyć w obliczeniach. Podejście konserwatywne

---

<sup>1</sup> Michał Gołdyn, dr inż., 90-924 Łódź, al. Politechniki 6, tel. (42) 631-35-80,  
e-mail: [michal.goldyn@p.lodz.pl](mailto:michal.goldyn@p.lodz.pl)

nakazywałoby, aby w przypadku wykonywania płyty z jednego rodzaju betonu przyjmować do analizy wytrzymałość słabszego z betonów. Wówczas jednak cechy wytrzymałościowe betonu słupa pozostawałyby niewykorzystane. Teoretyczny spadek nośności słupa w strefie przewarstwienia może zostać skompensowany poprzez zastosowanie dodatkowego zbrojenia podłużnego. Rozwiązanie to jest jednak w znacznym stopniu ograniczone maksymalnym, dopuszczalnym przekrojem zbrojenia, który zgodnie z PN-EN 1992-1-1 [8] nie powinien przekraczać  $0,04A_c$  (gdzie  $A_c$  stanowi pole przekroju poprzecznego słupa), a także względami technologicznym – rozstaw zbrojenia powinien umożliwiać właściwe ułożenie mieszanki betonowej. Normy zagraniczne (m.in. ACI 318-14 [1], AS 3600-2001 [2] oraz CSA A23.3-04 [3]) wskazują na możliwość uniknięcia wspomnianego problemu poprzez wykonanie płyty w strefie węzłowej z betonu o wysokiej wytrzymałości. Konieczność właściwego zespolenia płyty stropowej oraz jednoczesne stosowanie dwóch różnych betonów może rodzić problemy natury wykonawczej i stwarza możliwość katastrofalnej w skutkach pomyłki.

Dotychczasowe badania eksperymentalne, omówione m.in. w pracach [6], [7], [9], i [10], wykazały, iż przewarstwienie słabszym betonem płyty może skutkować obniżeniem nośności słupa wykonanego z betonu o wysokiej wytrzymałości. Spadek ten jest jednak znacznie mniejszy niż wynikałoby to z różnicy wytrzymałości obu betonów w stanie jednoosiowego ściskania. Celowe wydaje się zatem poszukiwanie zasad pozwalających określać rzeczywistą wytrzymałość betonu węzła, która, wskutek skrępowania przez otaczającą płytę, może znacznie przewyższać wartość nominalną  $f_{cs}$ , a niekiedy także wytrzymałość betonu słupa  $f_{cc}$ .

## 2. Beton skrępowany

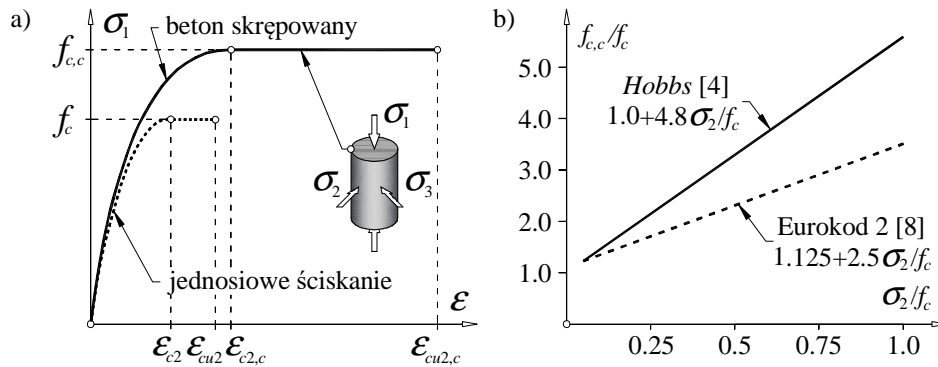
Wskutek ograniczenia odkształceń poprzecznych zmiane ulegają efektywne cechy wytrzymałościowe betonu. Zachowanie materiału staje się bardziej plastyczne, dlatego też zniszczenie następuje przy znacznie większych odkształceniach niż w przypadku osiowego ściskania (por. rys. 1a). Jest ono przy tym związane z wyższą wartością naprężeń ściskających  $\sigma_1$ . W ujęciu procedur normowych jak również niektórych zależności empirycznych (m. in. *Hobbs* [4]) efektywna wytrzymałość betonu skrępowanego  $f_{c,c}$  powiązana jest z względnym poziomem naprężeń poprzecznych  $\sigma_2/f_c$ :

$$f_{c,c} = \left( \alpha + k \frac{\sigma_2}{f_c} \right) f_c \quad (1)$$

gdzie:  $\alpha, k$  – współczynniki (patrz rys. 2)

$\sigma_2$  – ( $= \sigma_3$ ) poprzeczne naprężenia ściskające, działające prostopadłe do naprężeń głównych  $\sigma_1$

$f_c$  – wytrzymałość betonu w stanie jednoosiowego ściskania



Rys. 1. Cechy betonu skrepowanego: zależność naprężenie – odkształcenie, b) efektywna wytrzymałość w funkcji naprężeń  $\sigma_2$  (w ujęciu empirycznym)

Fig. 1. Properties of confined concrete: stress – strain relationship, b) relation between effective strength of concrete and confining stress  $\sigma_2$  (according to empirical equations)

Porównując pokazane na rys. 1b proste teoretyczne, wyznaczające efektywną wytrzymałość betonu skrepowanego, można zauważyć, iż przy naprężeniach  $\sigma_2$  stanowiących 25% wytrzymałości betonu  $f_c$ , efektywna wytrzymałość betonu  $f_{c,c}$  może ponad dwukrotnie przewyższać wartość  $f_c$ , wynikającą z badań w stanie osiowego ściskania. Pokazuje to, iż przy skutecznym skrepowaniu betonu węzła przewarstwienie słabszym betonem płyty może nie stanowić osłabienia przekroju słupa.

### 3. Efektywna wytrzymałość betonu węzła

W celu określenia rzeczywistej wytrzymałości betonu węzła, konieczna jest znajomość naprężeń  $\sigma_2$ , stanowiących miarę jego skrepowania. Ich wartość można określić z równowagi sił wewnętrznych w strefie węzłowej – patrz rys. 2. Wskutek nacisku beton węzła będzie doznawał odkształceń w kierunku poprzecznym do osi słupa, powodując tym samym rozpieranie otaczającej go płyty. Odkształceniom tym przeciwdziałało będzie zbrojenie podłużne, w którym powstaną siły rozciągające. Równanie równowagi przybiera wówczas postać:

$$F_c = F_s \Rightarrow \sigma_2 = \frac{b}{c} \rho_{l,tot} \cdot f_y \quad (2)$$

gdzie:  $F_c$  – wypadkowa naprężeń poprzecznych  $\sigma_2$ :  $F_c = \sigma_2 \cdot c \cdot h$

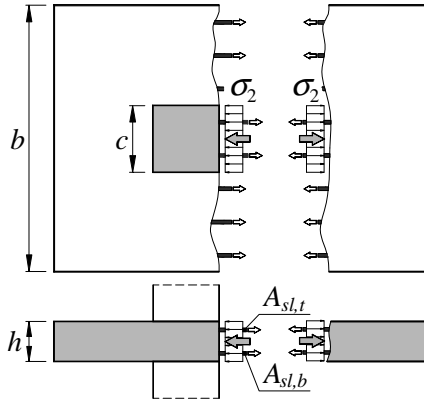
$F_s$  – wypadkowa sił rozciągających w zbrojeniu płyty:  $F_s = \rho_{l,tot} \cdot b \cdot h \cdot f_y$

$c$  – szerokość słupa

$b$  – szerokość pasma współpracującego płyty

$\rho_{l,tot}$  – łączny stopień zbrojenia podłużnego płyty:  $\rho_{l,tot} = (A_{sl,t} + A_{sl,b}) / (b \cdot h)$

$f_y$  – granica plastyczności zbrojenia podłużnego płyty



Rys. 2. Siły wewnętrzne w strefie przywęzłowej

Fig. 2. Internal forces within column – slab connection zone

Jako jeden z głównych czynników warunkujących nośność słupa przewarstwionego słabszym betonem płyty wskazuje się (m.in. [7], [9]) zależność pomiędzy wytrzymałością betonu słupa  $f_{cc}$  i płyty  $f_{cs}$ . Z tego względu w opisie efektywnej wytrzymałości betonu węzła  $f_{ce}$  parametr  $k$  zastąpiono funkcją  $k(\kappa_c)$ , zależną od zróżnicowania cech wytrzymałościowych, wyrażonego ilorazem  $f_{cc}/f_{cs}$ :

$$f_{ce} = \left[ 1 + k(\kappa_c) \frac{\sigma_2}{f_{cs}} \right] f_{cs} \text{ lecz nie więcej niż } f_{cc} \quad (3)$$

Na podstawie wyników badań 21 modeli wewnętrznych połączeń płytowo – słupowych z płytami nieobciążonymi, wyznaczono teoretyczne wartości parametru  $k$ , opisane równaniem wynikającym z przekształcenia zależności (2) i (3):

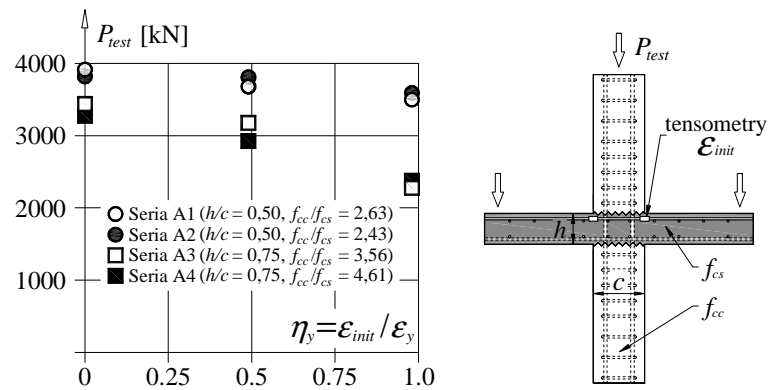
$$k = \frac{f_{ce} - f_{cs}}{\rho_{l,tot} f_y} \frac{c}{b} \text{ lecz nie więcej niż } \frac{f_{cc} - f_{cs}}{\rho_{l,tot} f_y} \frac{c}{b} \quad (4)$$

Dysponując zbiorem punktów w układzie współrzędnych  $k - f_{cc}/f_{cs}$  metodą najmniejszych kwadratów wyznaczono prostą regresji, opisaną równaniem (wsp. determinacji  $R^2 = 0,76$ ):

$$k(\kappa_c) = 0,96 \frac{f_{cc}}{f_{cs}} - 0,23 = 0,96 \kappa_c - 0,23 \quad (5)$$

#### 4. Wpływ obciążenia płyty

Obciążenie płyty wywołuje w strefach podporowych stropów płaskich momenty zginające, które powodują ściskanie w dolnej części przekroju płyty i jednocześnie rozciąganie zbrojenia górnego. Zwiększeniu ulega tym samym skrępowanie betonu w dolnej części węzła, jednakże ze względu na stosunkowo niewielki zasięg strefy ścisanej, efekt ten nie ma istotnego znaczenia. Wskutek sił rozciągających wykorzystaniu ulega nośność górnego zbrojenia płyty. Zmniejsza się tym samym jego zdolność do ograniczania odkształceń poprzecznych betonu węzła. Przekłada się to na wyraźny spadek efektywnej wytrzymałości betonu węzła, a tym samym także nośności słupa w strefie połączenia, co w wyraźne pokazują wyniki badań *Ospiny* i *Alexandra* [7] – patrz rys. 3.



Rys. 3. Wpływ stopnia wykorzystania nośności zbrojenia podłużnego płyty  $\eta_y$  na nośność eksperymentalną  $P_{test}$  modeli rozważanych w badaniach *Ospiny* i *Alexandra*, na podstawie [7]

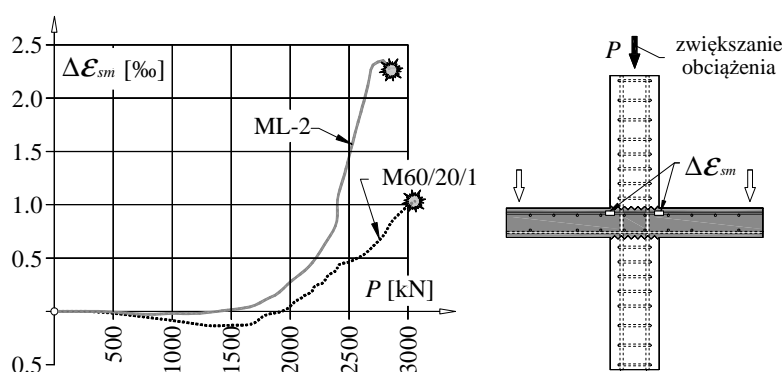
Fig. 3. Effect of slab load on load carrying capacities  $P_{test}$  of specimens considered by *Ospina* and *Alexander*, based on [7]

Początkowe wykorzystanie zbrojenia podłużnego, związane wyłącznie z obciążeniem płyty, wyrażone zostało za pomocą odkształceń  $\epsilon_{init}$ . Zależnie od kształtu rozpatrywanych elementów i stosunku  $f_{cc}/f_{cs}$ , dwukrotny wzrost wykorzystana nośności płyty na zginanie skutkowało spadkiem nośności eksperymentalnej modeli nawet o ponad 40% w stosunku do elementów z płytami nieobciążonymi. Wpływ obciążenia płyty na spadek efektywności skrępowania betonu węzła uwzględniono w prowadzonej analizie za pomocą współczynnika  $\eta_y$ , wyrażającego wykorzystanie nośności zbrojenia górnego płyty. Po wprowadzeniu tego parametru równanie (2) przybiera postać:

$$\sigma_2 = \frac{b}{c} \left[ \frac{A_{sl,t}(1-\eta_y) + A_{sl,b}}{b \cdot h} \right] \cdot f_y \quad (6)$$

## 5. Wpływ rodzaju betonu płyty

Badania własne modeli wewnętrznych połączeń płytowo – słupowych M60/20/1 (płyta z betonu zwykłego) oraz ML – 2 (płyta z betonu lekkiego) wykazały wpływ rodzaju betonu płyty na nośność słupa w strefie połączenia. Słupy modelu M60/20/1 wykonane zostały z betonu o wytrzymałości o 17% niższej niż w przypadku elementu ML – 2, podczas gdy beton płyty cechowała o 10% niższa wytrzymałość. Mimo to nośność eksperymentalna pierwszego z elementów była o około 6% wyższa. Fakt ten można tłumaczyć różnicą modułów sprężystości podłużnej betonów słupów ( $E_{cc}$ ) i płyt ( $E_{cs}$ ) modeli. W przypadku elementu M60/20/1 nie przekraczała ona 40%, wobec niemal 2,5 – krotnej różnicy w przypadku modelu ML – 2. Ze względu na większą odkształcalność betonu lekkiego, znacznie szybciej ulegała wyczerpaniu nośność zbrojenia podłużnego płyty. Na rysunku 4 pokazano średnią zmianę odkształceń zbrojenia podłużnego płyt  $\Delta\epsilon_{sm}$ , wynikającą jedynie z nacisku słupa – w trakcie tego etapu badania obciążenie płyty pozostawało bowiem na niezmiennym poziomie. Do uplastycznienia zbrojenia płyty przechodzącego w obrębie słupa doszło w przypadku modelu ML – 2 przy sile równej około 2500 kN. W przypadku elementu M60/20/1 początek uplastycznienia zbrojenia płyty rejestrowano dopiero w etapie poprzedzającym zniszczenie, przy obciążeniu równym około 3050 kN.



Rys. 4. Zmiana odkształceń zbrojenia podłużnego płyty wskutek zwiększania obciążenia słupa

Fig. 4. Increase in strains of slab longitudinal reinforcement resulting from increase of column load

W odniesieniu do wyników badań własnych relację pomiędzy efektywną wytrzymałością betonów: lekkiego ( $f_{lce}$ ) i zwykłego ( $f_{ce}$ ) można wyrazić następująco:

$$\kappa_E = \frac{f_{lce}}{f_{ce}} = \left( 1,09 - 0,09 \frac{E_{cc}}{E_{cs}} \right) \quad (7)$$

## 6. Podsumowanie

W Tablicy 1 dokonano porównania efektywnych wytrzymałości betonu węzłów  $f_{ce,test}$ , wynikających z nośności eksperymentalnej modeli, z wartościami teoretycznymi. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, iż proponowane zależności opisują efektywną wytrzymałość betonu węzłów w sposób bezpieczny, przy zadowalającym poziomie zgodności – średni stosunek wytrzymałości rzeczywistej do teoretycznej równy 1,08 (wynik po stronie bezpiecznej), przy współczynniku zmienności wynoszącym 0,14. W odróżnieniu od procedur normowych nie stanowią one formuł czysto empirycznych i uwzględniają wpływ tak istotnych czynników jak wykorzystanie nośności płyty na zginanie czy też rodzaj betonu, z którego została wykonana. Procedury normowe [2] i [3] również cechował pewien zapas bezpieczeństwa, jednakże w przypadku normy australijskiej [2] uzyskano stosunkowo duży rozrzut wyników równy 20%. Stosowanie zaleceń normy amerykańskiej może prowadzić do przeszacowania rzeczywistej wytrzymałości ( $f_{ce,test}/f_{ce,prov} < 1,0$ ).

Tablica 1. Porównanie rzeczywistych wytrzymałości betonu węzłów z wartościami teoretycznymi

Table 1. Comparison between experimental and theoretical strengths of joint concrete

Model		$\rho_{l,t}$ [%]	$\rho_{l,b}$ [%]	$\eta_y$ [-]	$f_{ce}/f_{cs}$ [-]	$f_{c,s}$ [MPa]	$f_{ce,test}$ [MPa]	Propoz.	$f_{ce,prov}/f_{ce,test}$ ACI[1]	CSA[3]	AS[2]
Ospina i Alexander [7]	A1-B	0,41	0,21	0,49	2,63	40,0	79,0	1,16	0,89	1,16	0,99
	A1-C	0,41	0,21	0,98	2,63	40,0	74,4	1,37	0,84	1,09	0,93
	A2-B	0,31	0,21	0,49	2,43	46,0	82,4	1,20	0,82	1,08	0,90
	A2-C	0,31	0,21	0,98	2,43	46,0	76,8	1,30	0,77	1,01	0,83
	A3-B	0,28	0,14	0,49	3,56	25,0	65,9	1,30	1,19	1,36	1,32
	A3-C	0,28	0,14	0,98	3,56	25,0	42,5	1,11	0,76	0,88	0,85
	A4-B	0,28	0,14	0,49	4,61	23,0	59,5	1,04	1,16	1,17	1,29
	A4-C	0,28	0,14	0,98	4,61	23,0	45,1	1,12	0,88	0,89	0,98
	B-1	0,24	0,30	0,37	2,48	42,0	60,8	0,95	0,66	0,87	0,72
	B-2	0,50	0,40	0,79	2,48	42,0	81,6	1,22	0,88	1,16	0,97
B-3	0,24	0,30	0,30	2,57	44,0	77,1	1,14	0,79	1,04	0,88	
Shah i in. [9]	ICSA-1	0,47	0,31	0,19	2,66	32,0	62,3	0,92	0,87	1,14	0,97
	ICSA-2	0,89	0,31	0,11	2,77	30,0	70,5	0,85	1,06	1,35	1,18
	ICSA-3	0,47	0,31	0,05	2,50	28,0	59,0	0,92	0,95	1,26	1,05
	ICSA-4	0,89	0,31	0,11	2,90	29,0	70,8	0,84	1,10	1,38	1,22
	ICSC-1	0,31	0,21	0,09	2,93	28,0	61,4	1,09	0,98	1,23	1,10
	ICSD-1	0,39	0,16	0,06	2,47	32,0	58,6	1,03	0,83	1,10	0,92
Lee i Y. [5]	NT	0,49	0,89	0,91	1,88	46,9	77,5	0,94	0,94	1,09	1,65
	FT	0,49	0,89	0,62	0,99	90,1	90,1	1,01	1,01	1,01	1,01
Badania własne	M60/20/1	0,65	0,33	0,58	2,71	26,9	71,7	1,24	1,20	1,54	1,33
	ML - 1	0,65	0,33	0,67	2,68	33,0	58,4	1,10	0,79	1,03	0,88
	ML - 2	0,65	0,33	0,54	2,96	29,8	66,7	1,18	1,01	1,25	1,12
	ML - 3	0,65	0,33	0,15	3,52	25,1	64,2	0,88	1,15	1,33	1,28
							X	1,08	0,94	1,15	1,06
							$\sigma$	0,15	0,15	0,17	0,21
							$\alpha$	0,14	0,16	0,15	0,20

## Literatura

- [1] ACI 318-14 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) Commentary on Building Code Requirements, American Concrete Institute, Farmington Hills (2015), s. 203-204.
- [2] AS 3600-2001 Concrete Structures, Council of Standards Australia, Sydney (2001), s. 119.
- [3] CSA A23.3-04: Design of concrete structures, Canadian Standard Association, 2004, s. 46.
- [4] Hobbs, D.W., Strength and Deformation Properties of Plain Concrete Subject to Combined Stress. Part 3: Strength results obtained on one concrete. Cement Concrete Association, London, 1974.
- [5] Lee, J. and Yoon, Y. Prediction of strength of interior HSC column- NSC slab joints. Magazine of Concrete Research, Vol. 62, N. 7, 2010, s. 507-518.
- [6] McHarg, P., William, D., Mitchell, D., and Young-Soo, Y. Improved Transmission of High-Strength Concrete Column Loads through Normal Strength Concrete Slabs. ACI Structural Journal, Vol. 97, N. 1, 2000, s. 157-165.
- [7] Ospina, C. and Alexander, S. Transmission of high strength concrete column loads through concrete slabs. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Alberta, Edmonton, 1997.
- [8] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2 – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2008, 33.
- [9] Tue, N., Dietz, J., and Shah, A. Vorschlag für die Bemessung der Deckenknotten mit Stützen aus hochfestem Beton. Beton- und Stahlbetonbau, Vol. 100, H. 2, 2005, s. 132-138.
- [10] Urban T., Gołdyn M., Krawczyk Ł.: Badania nośności wewnętrznych słupów żelbetowych w obszarze połączenia z płytą żelbetową z betonu lekkiego. Budownictwo i Architektura, Politechnika Lubelska, Vol. 12(1) 2013, s. 187÷194.

## THE CONCEPT FOR DETERMINING THE EFFECTIVE STRENGTH OF CONCRETE OF THE INTERNAL COLUMN – SLAB CONNECTION JOINTS

### Summary

The paper presents the method for determining an actual strength of concrete in the analysis of the load carrying capacity of the high strength concrete columns in the internal connection zones with the slabs made of normal or lightweight aggregate concrete. It is based on the concept of effective strength of the joint concrete, which exceeds the uniaxial compressive strength due to confinement by the surrounding slab. In the proposed method such factors as difference between column and slab concrete strength, type of slab concrete or effort grade in bending resistance of the slab were taken into account. Comparison between theoretical and experimental results showed good agreement of the proposed method.

**Keywords:** column – slab connection, effective strength of concrete, high strength concrete, lightweight aggregate concrete, reinforced concrete slab, confinement, intersection

*Przesłano do redakcji: 07.06.2016 r.*

*Przyjęto do druku: 30.06.2016 r.*

DOI: 10.7862/rb.2016.30