

Lidia BUDA-OŻÓG¹

ANALIZA WPŁYWU KSZTAŁTOWANIA ZBROJENIA W TRACZY PROJEKTOWANEJ METODĄ ST

Zgodnie z zaleceniami PN-EN-1992-1-1 stosowanie modeli ST jest szczególnie uzasadnione w obszarach dwuosiowego rozkładu naprężeń, to jest krótkich wspornikach i tarczach. W metodzie ST rozpatruje się pola naprężeń spełniające wszystkie warunki równowagi, a następnie sprawdza się czy te pola są polami naprężeń bezpiecznych w całym obszarze konstrukcji. Nie są to jednak metody rozpowszechnione i brak jest zaleceń odnośnie rozkładu zbrojenia otrzymanego z modelu kratownicowego. W niniejszym artykule podjęto próbę analizy wpływu kształtowania zbrojenia tarczy, otrzymanego z modelu ST, na wartości naprężeń, odkształceń i zarysowanie. Przedmiotem analizy była jednoprzęsłowa tarcza niska, obciążona w dwóch punktach o zbrojeniu skoncentrowanym i rozłożonym. Analizę numeryczną tarczy dla różnych przypadków ukształtowania zbrojenia przeprowadzono w programie ATENA 2D. Do modelowania betonu użyto wbudowany w programie model materiałowy SBETA, a do modelowania stali model materiałowy „reinforcement”, zapewniający idealne połączenie między betonem i zbrojeniem. Przeprowadzona analiza potwierdza, że projektowanie z zastosowaniem modeli ST pozwala na bezpieczne oszacowanie nośności elementu. Jest to jednak metoda wymagająca od projektanta umiejętności kształtowania zbrojenia zgodnie z oczekiwanym mechanizmem zniszczenia lub przebiegiem zarysowania. W analizowanej tarczy w przypadku zbrojenia skoncentrowanego zniszczenia nastąpiło na wskutek uplastycznienia stali w strefie przypodporowej, natomiast w tarczy ze zbrojeniem rozłożonym w przęśle w wyniku osiągnięcia przez stal wartości granicznych odkształceń przy uplastycznieniu.

Słowa kluczowe: tarcza, modele ST, naprężenia, odkształcenia, zarysowanie

1. Wprowadzenie

Tarczownice to często spotykany element nośny i usztywniający, występujący w różnego typu konstrukcjach żelbetowych. Praca tarcz najczęściej analizowana jest w płaski stanie naprężeń, których rozkład, dla tarcz wykonanych z materiału izotropowego, liniowo sprężystego zależy od schematu statycznego,

¹ Autor do korespondencji: Lidia Buda-Ożóg, Politechnika Rzeszowska, Poznańska 2, 35-084 Rzeszów, lida@prz.edu.pl.

wymiarów geometrycznych, a także od rodzaju i sposobu przyłożonego obciążenia.

Rozpatrując dowolny element przy założeniu, że jest liniowo sprężysty i izotropowy, można go podzielić na dwa obszary:

- a) obszar typu B- liniowy przebieg naprężeń, obowiązuje prawo Bernoulliego, zwykle można przypisać schemat płyty lub pręta,
- b) obszar typu D- nieliniowy przebieg naprężeń, płaski stan naprężeń.

Obszar D oznacza nieciągłość obciążenia lub nieciągłość kształtu. Zazwyczaj dla ułatwienia przyjmuję się, że sięga on na wysokość przekroju od nieciągłości, która go wygenerowała. W elementach o ustrojach tarczowych i proporcjach tarczowych, obszary D dotyczą prawie całego lub całego modelu obliczeniowego. Projektując tego typu ustroje, obliczenia można przeprowadzić z wykorzystaniem MES w celu wyznaczenia maksymalnych naprężeń rozciągających i ściskających w poszczególnych punktach tarczy.

Alternatywną metodą jest możliwość projektowania tarczownic na podstawie tzw. ścieżek sił. Wymaga ona bardzo dobrego wyczucia rozkładu naprężeń, a przystępując do obliczeń konstrukcji, należy mieć świadomość, że tworzony model odzwierciedla tylko wyobrażenie o niej. Otrzymane wyniki obliczeń pozwalają tylko na oszacowanie występujących w konstrukcji sił. Dlatego też istnieje możliwość dla tej samej konstrukcji, stosowanie różnych modeli obliczeniowych. Przyjęte modele prętowe odzwierciedlające przepływ sił, dotyczą tylko sprawdzenia stanu nośności konstrukcji.

W niniejszym artykule poddano analizie nośności dwóch tarczownic o zróżnicowanym obciążeniu, wymiarach i schemacie statycznym zaprojektowanych z wykorzystaniem modeli ST. Analizę nośności tak zaprojektowanych tarcz, przeprowadzono w programie ATENA. Na podstawie obliczeń numerycznych sprawdzono również przebieg i szerokość zarysowania w zaprojektowanych metodą ST elementach tarczownicowych.

2. Projektowanie tarcz metodą ST

Stosowanie kratownic jako modeli do analizy sił wewnętrznych w konstrukcjach żelbetowych ma bardzo długą historię i znane jest od końca XIX. Za prekursorów praktycznego jej zastosowania w projektowaniu zarysowanych konstrukcji żelbetowych uważa się W. Rittera i E. Mörscha. Obszerny przegląd zagadnienia dotyczącego wykorzystania modeli kratownicowych w projektowaniu można znaleźć w pracy Schäfera i J. Schlaicha [1], a także w polskich opracowaniach autorstwa: W. Starosolskiego [2], T. Urbana [3] oraz M. Knauff [4].

Projektowanie z zastosowaniem modeli ST znalazło się już w zaleceniach Eurokodu z 1991 roku [5]. W aktualnej wersji Eurokodu [6] podstawowe informacje można znaleźć w rozdziale 6.5 i załączniku J. Zgodnie z zawartymi tam zaleceniami stosowanie modeli kratownicowych jest szczególnie uzasadnione

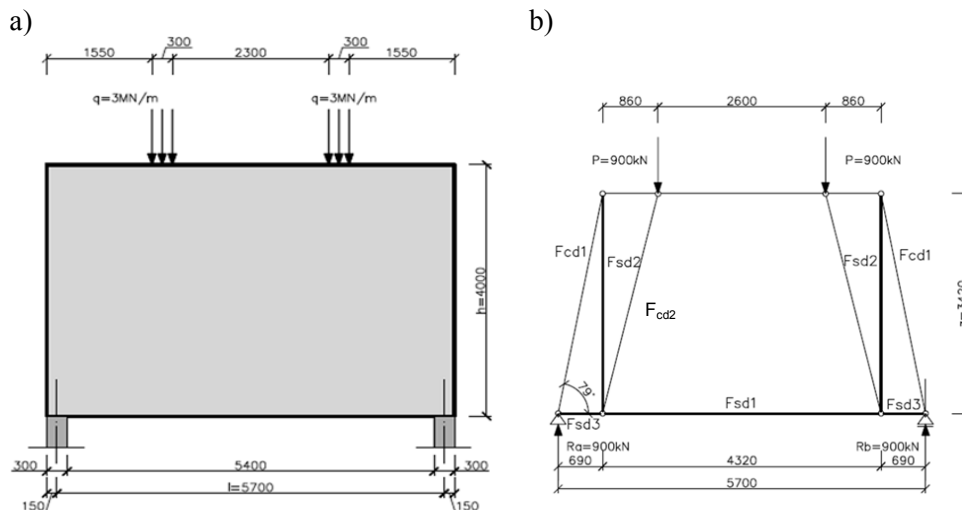
w obszarach dwuosioowego rozkładu naprężeń, to jest krótkich wspornikach, narożach ram, strefach przypoportowych belek czy tarczownicach.

Unowocześnienie znanej metody kratownicowej w modelach Strut and Tie polega na zastosowaniu zasad teorii plastyczności, bazujących na twierdzeniu o dolnej granicy obciążenia konstrukcji oraz wykorzystaniu pewnych założeń dotyczących przekazywania się sił z prętów zbrojenia na beton. Twierdzenie o dolnej granicy obciążenia – metoda statyczna, stanowi, że największe spośród statycznie dopuszczalnych obciążeń i odpowiednio dopuszczalnych naprężeń jest mniejsze od obciążenia niszczącego. Korzystając z metody statycznej w ujęciu teorii nośności granicznej, otrzymujemy nośności mniejsze lub równe rzeczywistemu obciążeniu niszczącemu.

W metodzie ST rozpatruje się pola naprężeń spełniające wszystkie warunki równowagi, a następnie sprawdza się czy te pola są polami naprężeń bezpiecznych w całym obszarze konstrukcji. Zastosowanie twierdzenia o nośności granicznej rodzi potrzebę sprawdzania warunków równowagi sił wewnętrznych i zewnętrznych działających na konstrukcję, a obciążenia te muszą być bezpiecznie przenoszone przez elementy ustroju tworzącego model.

Model ST składa się z rozciąganych prętów- T, odwzorowujących zbrojenie rozciągane oraz ściskanych prętów S, odwzorowujących wydodrębnione obszary betonu ściskanego. Pręty S i T połączone są w odpowiednio ukształtowanych węzłach, umożliwiających zakotwienie zbrojenia rozciąganego i przeniesienie naprężeń ściskających.

Przedmiotem analizy była tarcza o grubości $b=30\text{ cm}$, wymiarach i obciążeniu jak na rysunku 1a. Przyjęty model ST analizowanej tarczy przedstawiono na rysunku 1b. Tarczę zaprojektowano z betonu C30/37 i stali zbrojeniowej B500SP.



Rys. 1. Analizowana tarcza: a) wymiary i obciążenie, b) model ST tarczy
 Fig. 1. Analyzed wall a) dimensions and load, b) ST models of wall

Projektując model ST analizowanej tarczy przyjęto zgodnie z [2], że dla tarczy niskiej tj. $h/l < 1,2$, ramię sił wewnętrznych powinien spełniać warunek:

$$z \leq 0,6 \cdot l = 0,6 \cdot 5,7 = 3,42 \text{ m} \quad (1)$$

Wymaganego zbrojenia w strefie rozciąganej wyznaczone z zależności (2) zestawiono w tabeli 1.

$$A_{si} = \frac{F_{sdi}}{f_{yd}} \quad (2)$$

Tabela.1. Wymagane zbrojenie w strefie rozciąganej tarczy T1

Table.1. The reinforcement required in the tensile zone for the wall T1

Siła rozciągająca [kN]	powierzchnia [cm ²]
$F_{sd1} = 407,8$	9,71
$F_{sd3} = 181,6$	4,32
$F_{sd2} = 900,0$	21,42

Sprawdzenie betonowych prętów ściskanych przeprowadzono wg formuły:

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a_i \cdot b} \leq \sigma_{Rd, \max} \quad (3)$$

Przyjmując w prętach typu – S, w zarysowanych strefach ściskanych obliczeniową wytrzymałość na ściskanie betonu:

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,6 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,6 \cdot 0,88 \cdot 21,4 = 11,3 \text{ MPa} \quad (4)$$

$$\text{gdzie: } v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{30}{250} = 0,88 \quad (5)$$

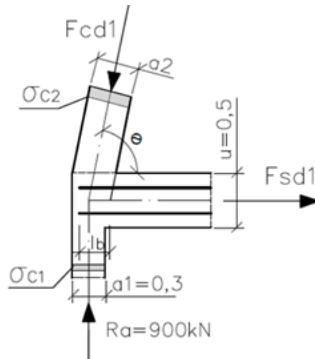
$$\sigma_{c2} = \frac{F_{cd,2}}{a_2 \cdot b} = \frac{918,134}{0,4 \cdot 0,3} = 7,6 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max} = 11,3 \text{ MPa} \quad (6)$$

Sprawdzany węzeł podporowy C-C-T przedstawiono na rysunku 2.

Wysokość „u” pręta rozciągającego wg [2] powinna spełniać warunki (6):

$$u \begin{cases} \leq 0,15 \cdot h \\ \leq 0,2 \cdot h_d \\ \leq 0,2 \cdot l_d \end{cases} \quad u \begin{cases} \leq 0,15 \cdot h = 0,15 \cdot 4 = 0,6 \text{ m} \\ \leq 0,2 \cdot h_d = 0,2 \cdot 3,42 = 0,56 \text{ m} \\ \leq 0,2 \cdot l_d = 0,2 \cdot 5,7 = 1,14 \text{ m} \end{cases}$$

gdzie: h - wysokość całkowita



Rys.2. Model ST tarczy T1
Fig. 2. ST models of wall T1

Przyjęto $u = 0,5m$

$$a_2 = u \cdot \cos \theta + a_1 \cdot \sin \theta = 0,5 \cdot \cos 79^\circ + 0,3 \cdot \sin 79^\circ \approx 0,4m \quad (7)$$

Wg zaleceń EC2 pkt.6.5.4 dla węzłów typu ściskanie- rozciąganie z jednym zakotwionym prętem rozciągany

$$\sigma_{Rd,max} = k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,85 \cdot 0,88 \cdot 21,4 = 16MPa \quad (8)$$

$$\sigma_c = \frac{F_c}{a_i \cdot b} \leq \sigma_{Rd,max} \quad (9)$$

$$\sigma_{c1} = \frac{R_a}{a_1 \cdot b} = \frac{900}{0,3 \cdot 0,3} = 10MPa < \sigma_{Rd,max} = 16MPa \quad (10)$$

3. Model MES projektowanej tarczy

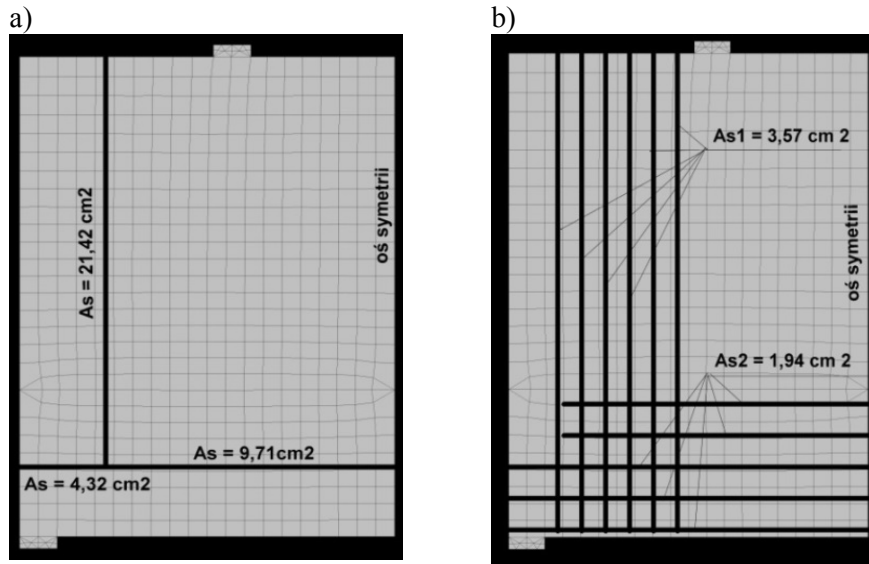
Analizę numeryczną tarczy ze zbrojeniem o powierzchni otrzymanej z obliczeniami przeprowadzonymi w rozdziale 2, wykonano w programie ATENA 2D. Na podstawie przyjętego modelu ST analizowano dwa przypadki ukształtowania zbrojenia, przedstawione na rysunku 3. W pierwszym przypadku (tarcza T1), przyjęto zbrojenie skoncentrowane w miejscu analizowanych prętów rozciąganych modelu ST. W drugim analizowanym przypadku (tarcza T2), wymagane zbrojenie zostało rozłożone równomiernie, odpowiedni na szerokości rozciąganego pasa dolnego kratownicy i na obszarze od miejsca przyłożenia siły obciążającej do punktu podparcia.

Do modelowania betonu użyto wbudowany w programie model materiałowy SBETA. Model ten uwzględnia zachowanie się betonu w konstrukcjach zbrojonych ze szczególnym uwzględnieniem [7]:

- obniżenia wytrzymałości na ściskanie po zarysowaniu,
- usztywniającym wpływem betonu w strefie rozciąganej po zarysowaniu,
- zmniejszeniem sztywności na ścinanie po pękaniu.

Zbrojenie zamodelowano wykorzystując model materiałowy „reinforcement”, zapewniający idealne połączenie między betonem i zbrojeniem, pracujący w jednoosiowym stanie naprężenia.

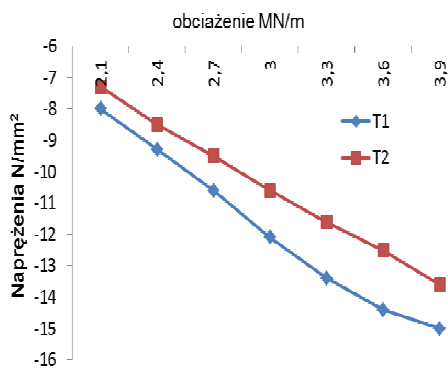
Parametry materiałowe stali i betonu w analizie numerycznej przyjęto analogicznie ja w rozdziale 2. Z uwagi na symetrię układu analizowano połowę tarczy.



Rys. 3. Model numeryczny tarczy: a) T1- zbrojenie skoncentrowane , b) T2- zbrojenie rozłożone

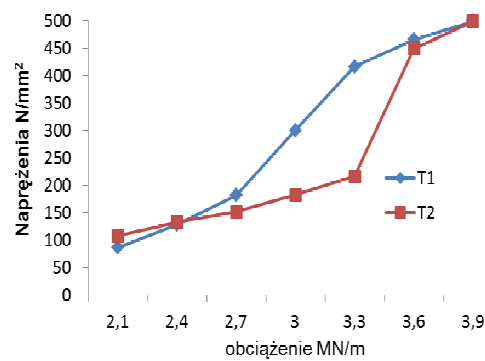
Fig. 3. The numerical model of the wall: a) T1 - the reinforcing bars concentrated, b) T2 – the reinforcing bars distributed

Otrzymane z analizy numerycznej wartość naprężeń w betonie oraz stali zbrojeniowej w funkcji obciążenia przedstawiono na rysunkach 4 i 5.



Rys. 4. Zależność obciążenie – naprężenia ściskające w betonie

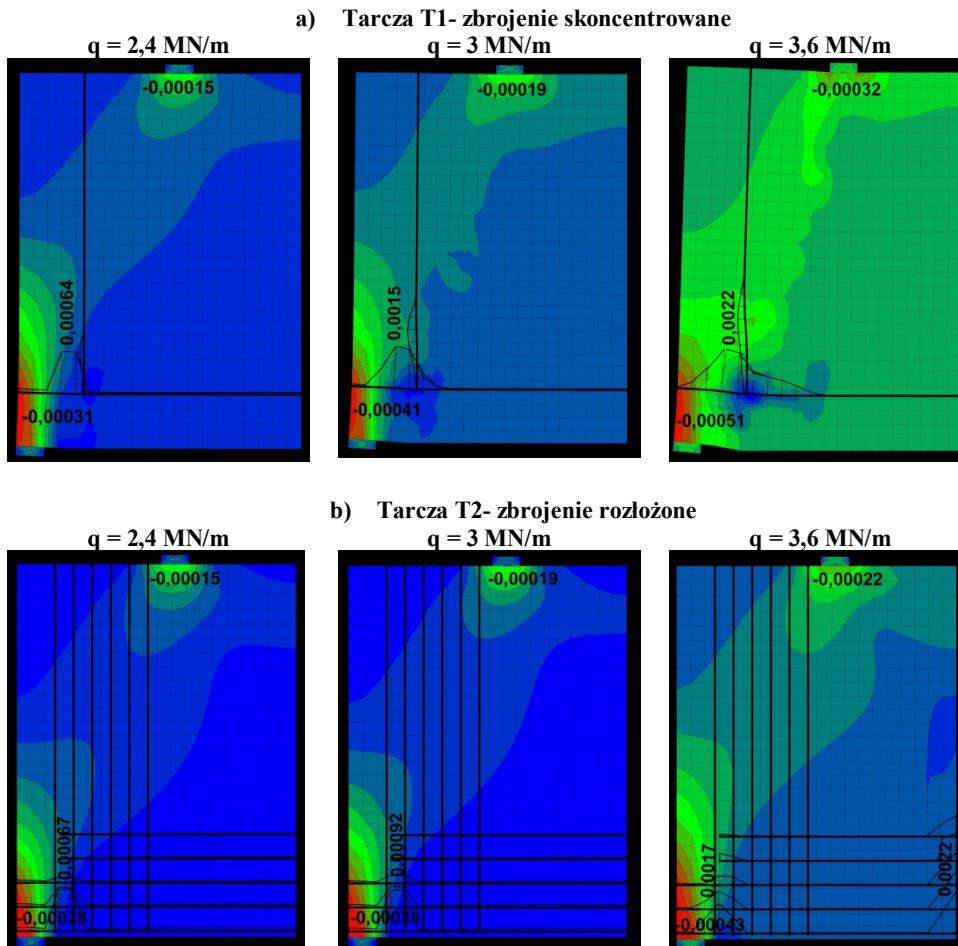
Fig. 4. The dependence of load – compressive stress in the concrete



Rys. 5. Zależność obciążenie – naprężenia rozciągające w stali

Fig. 5. The dependence of load – tensile stress in the reinforcing bars

Na rysunku 6 dla wybranych wartości obciążenia tj. 2,4 MN/m, 3 MN/m i 3,6 MN/m, przedstawiono mapy odkształceń w betonie i stali w analizowanych tarczach T1 i T2.



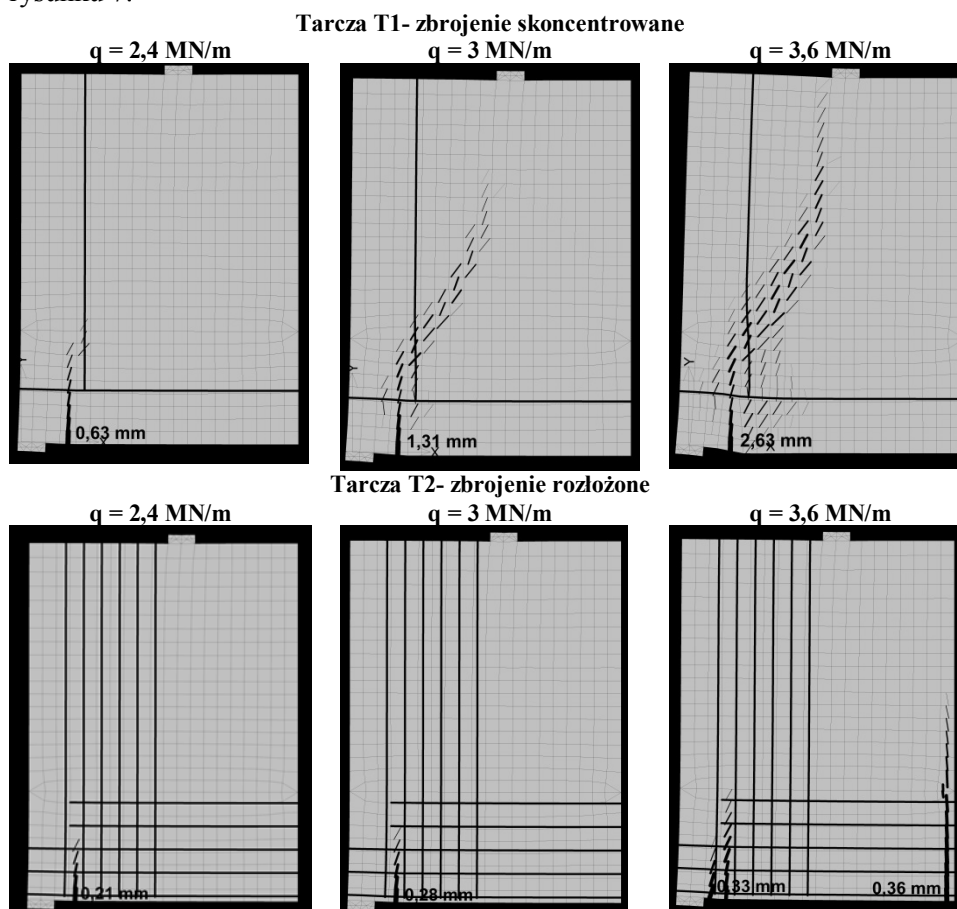
Rys. 6. Mapy odkształceń w betonie i stali w analizowanych tarczach: a) T1- zbrojenie skoncentrowane , b) T2- zbrojenie rozłożone

Fig.6. Maps of strain in concrete and reinforcing bars in analyzed wall: a) T1 - the reinforcing bars concentrated, b) T2 - the reinforcing bars distributed

Analizując otrzymane wyniki można zauważyć wpływ ukształtowania zbrojenia na wartości naprężeń i odkształceń w stali zbrojeniowej i betonie. W obszarze obciążeń niższych od przyjętego w modelu ST obciążenia niszczonego tj. $q < 3 \text{ MN/m}$. Zaobserwowane różnice w odkształceniach i naprężeniach nie są duże, o około 10 % mniejsze wartości występują przy zbrojeniu rozłożonym. Dla przyjętego obciążenia niszczonego $q = 3 \text{ MN/m}$ odkształcenia w stali zbrojeniowej w modelu T2 są o ponad 60% niższe od otrzymanych dla zbrojenia skoncentrowanego. W obydwu przypadkach są to jednak wartości bezpieczne, dalekie od granicy plastyczności. Dla obciążenia $q = 3,6 \text{ M/m}$ odkształcenia w stali zbrojeniowej w analizowanych tarczach osiągają wartości granicznych

odkształceń stali zbrojeniowej przy uplastycznieniu, jednak w zależności od sposobu zbrojenia, w różnych miejscach tarczy.

Idea metody ST bazuje na metodzie statycznej w ujęciu teorii nośności granicznej, a zatem służy głównie do sprawdzania nośności i nie uwzględnia warunków stanu granicznego użytkowalności. Pomimo to, przeprowadzono analizę wpływu kształtowania zbrojenia na rozwój zarysowania w analizowanych tarczach. Wyniki dla wybranych wartości obciążenia przedstawiono na rysunku 7.



Rys. 7. Zarysowanie w analizowanych tarczach: a) T1- zbrojenie skoncentrowane, b) T2- zbrojenie rozłożone

Fig.7. Cracking in the analyzed wall: a) T1 - the reinforcing bars concentrated, b) T2 - the reinforcing bars distributed

Przedstawiony na rysunku 7 rozwój zarysowania jest różny w zależności od sposobu rozmieszczenia zbrojenia. Oczywistym jest fakt, że przyjęcie całego zbrojenia pasa dolnego analizowanego modelu ST zgodnie z warunkiem $z \leq 0,6 \cdot l$, powoduje powstanie rys o znacznej szerokości w strefie rozciąganej

betonu. Na przedstawionym rysunku widoczny jest również wpływ równomiernego rozłożenia zbrojenia pionowego na propagację rysy ukośnej. W przypadku zbrojenia skoncentrowanego rysa propaguje od podpory do miejsce przyłożenia obciążenia.

4. Wnioski

Podsumowując przeprowadzone analizy można sformułować następujące wnioski szczegółowe:

- niezalenie od przyjętego sposobu zbrojenia największe spośród statycznie dopuszczalnych obciążeń i odpowiednio dopuszczalnych naprężeń jest mniejsze od obciążenia niszczącego w tarczy, o około 20%,
- ukształtowania zbrojenia ma wpływ na charakter zniszczenia w analizowanej tarczy. W przypadku zbrojenia skoncentrowanego zniszczenia nastąpiło na wskutek uplastycznienia stali w strefie przypodporowej, natomiast w tarczy ze zbrojeniem rozłożonym w wyniku osiągnięcia przez stal wartości granicznych odkształceń przy uplastycznieniu w przęśle,
- zaobserwowane wartości w odkształceń i naprężeń dla obciążeń mniejszych od 3MN/m, są o około 10 % mniejsze dla zbrojenia rozłożonego. Dla obciążenia niszczącego w modelu ST ($q = 3 \text{ MN/m}$), odkształcenia w stali zbrojeniowej w tarczy 2 są o ponad 60% niższe od otrzymanych dla zbrojenia skoncentrowanego,
- szerokość oraz ilość rys w tarczy ze zbrojeniem skoncentrowanych jest znacznie większa w odniesieniu do tarczy ze zbrojeniem rozłożonym.

Przeprowadzona analiza numeryczna tarczy o różnie ukształtowanym zbrojeniu potwierdza, że projektowanie z zastosowaniem modeli ST pozwala na bezpieczne oszacowanie nośności elementu. Jest to jednak metoda wymagająca od projektanta umiejętności ukształtowania zbrojenia zgodnie z oczekiwanym mechanizmem zniszczenia lub przebiegiem zarysowania.

Literatura

- [1] Schlaich J., Schafer K. The Design of Structural Concrete. IABSE Workshop, New Delhi, 1993.
- [2] Starosolski W., Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm powiązanych, tom 3, PWN, Warszawa 2012.
- [3] Urban, T. Przykłady projektowania żelbetowych wsporników. Zeszyt 2. Łódź 2011.
- [4] Knauff M., Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2, PWN, Warszawa 2012.
- [5] ENV-1992-1-1:1991: Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1.
- [6] PN-EN-1992-1-1: 2008 : Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu . Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [7] ATENA Program Documentation, Theory, Praga 2014

ANALYZE THE IMPACT OF REINFORCING BARS SHAPE IN THE WALL DESIGNED BY USING ST MODELS

S u m m a r y

In accordance with the recommendations of PN - EN- 1992-1-1, the use of ST models is particularly justified in the areas of biaxial stress distribution, that is, short cantilevers and walls. The method ST deals with the stress fields fulfilling all the conditions of equilibrium, and then checks whether these stress fields are safe in the whole area of the structure. However, these are not widely-used methods and there are no recommendations regarding the reinforcement distribution obtained from the truss model.

This article attempts to analyze the impact of reinforcement shaping obtained from ST models on stress, strain and cracking. The analyzed object was a simple wall, loaded at two points of the bars of concentrated and distributed reinforcement. The numerical analysis of the wall for different cases of formation of reinforcement were performed in ATENA 2D. In order to model the concrete, the material model "SBETA" was used, and to model the main reinforcement, the material model "reinforcement" was applied, providing the perfect combination between concrete and reinforcement.

The analysis confirmed that a design using the ST model allows for safe estimation of the load of a component. However, this is a method that demands the designer shape reinforcement according to an expected course of damage or scratch mechanism. In the analyzed wall, in case of concentrated reinforcement, destruction occurred as a result of plasticizing steel in the support zone, whereas in case of distributed reinforcement, destruction occurred as a result of reaching the plastic strain limits by the steel in the span.

Keywords: wall, ST models, stress, strain, cracking

Przesłano do redakcji: 21.07.2015

Przyjęto do druku: 10.01.2016

DOI: 10.7862/rb.2015.176