

**Bogdan STANKIEWICZ<sup>1</sup>**

## **PARAMETRYCZNA ANALIZA PODATNOŚCI ŚRUBOWYCH STYKÓW DOCZOŁOWYCH DWUTEOWYCH BELEK STALOWYCH METODĄ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH**

Dokładność obliczeń sił wewnętrznych w układach prętowych można zwiększyć uwzględniając rzeczywistą sztywność połączeń. Charakterystyki połączeń można wyznaczyć wykonując obliczenia komputerowe z wykorzystaniem modeli MES. W referacie przedstawiono analizę styków belek wykonaną metodą elementów skończonych. Celem analizy było uzyskanie krzywych moment zginający – kąt obrotu. Po utworzeniu modelu MES wykonano obliczenia śrubowych styków doczołowych dwuteowych belek walcowanych. Przyjęto kształt styków i ich wymiary w sposób typowy dla styków belek stropowych. Modele styków utworzono wykorzystując program metody elementów skończonych ADINA. Program ADINA umożliwia uwzględnienie nieliniowości materiałowych i geometrycznych oraz modelowanie stref kontaktowych wraz z wpływem tarcia. Spełnia więc wszystkie podstawowe wymagania, aby z jego pomocą analizować doczołowe połączenia śrubowe. Największym problemem przy modelowaniu połączeń doczołowych jest stworzenie wystarczająco dokładnego modelu śruby. Dużą trudność stanowi modelowanie gwintu śruby i nakrętki w obszarze ich kontaktu. W użytym modelu do wykonania prezentowanej analizy śrubę modelowano tak, aby jej podatność przy obciążeniach osiowych odpowiadała podatności śrub określonej na podstawie badań eksperymentalnych. Wymagało to dostosowania parametrów modelu materiałowego w obszarze kontaktu gwintów śruby i nakrętki. Model utworzono w sposób umożliwiający łatwą zmianę parametrów geometrycznych i materiałowych charakteryzujących połączenie. Wykonano obliczenia styków belek wykonanych z dwuteowników IPE240, IPE 270 i IPE300, stal S235. Grubości blach doczołowych wynosiły 12 i 20mm, w styku zastosowano po cztery śruby M20 klasy 10.9 bez wstępnego sprężenia i w pełni sprężone. Wartość maksymalnego sprężenia ustalono zgodnie z zaleceniami Eurokodu. Zamieszczono podstawowe wyniki obliczeń pozwalające na ich praktyczne zastosowanie: wykresy krzywych moment zginający – kąt obrotu. Wyniki można wykorzystać w zaawansowanych obliczeniach statycznych belek uwzględniających podatności połączeń.

<sup>1</sup> Autor do korespondencji: Bogdan Stankiewicz, Politechnika Rzeszowska, Katedra Konstrukcji Budowlanych, ul. Poznańska 2, 35-084 Rzeszów, tel. +48 17 865 16 32, [bstank@prz.edu.pl](mailto:bstank@prz.edu.pl)

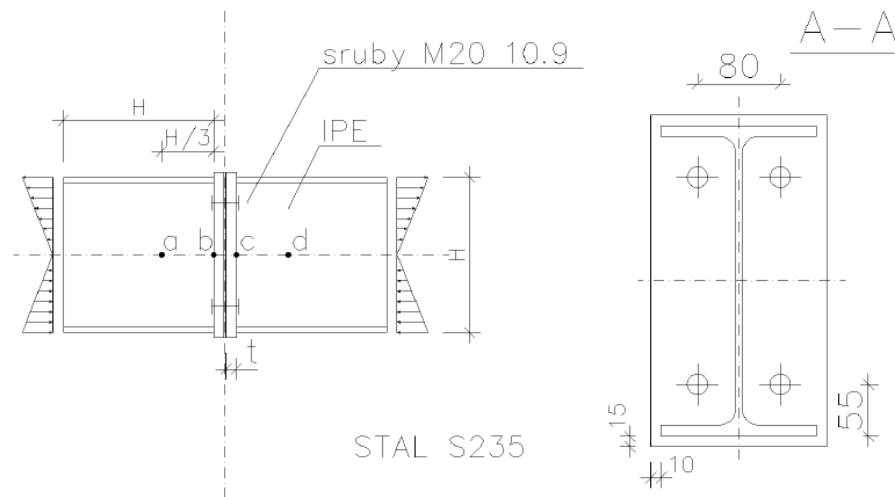
**Słowa kluczowe:** konstrukcje stalowe, połączenia śrubowe, połączenia doczołowe, metoda elementów skończonych

## 1. Wstęp

Jednym ze sposobów zwiększania dokładności obliczania sił wewnętrznych w układach prętowych jest uwzględnianie charakterystyk węzłów i styków. Przykład analizy stalowej dwuteowej belki ciągłej uwzględniającej podatność śrubowych styków przedstawiono w [3]. Najdokładniej charakterystyki styków można wyznaczyć wykonując badania eksperymentalne o charakterze jakościowym, czasochłonne i drogie. Metodą alternatywną są obliczenia komputerowe z wykorzystaniem modeli MES. Taką metodą przeprowadzono analizę przedstawianą w referacie.

## 2. Model styku

Analizowane styki są to styki doczołowe z blachami wpuszczonymi, łączonymi z belkami spoinami czołowymi, i z czterema śrubami M20 klasy 10.9. Styk pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Rozpatrywane styki

Fig. 1. Analysed connections

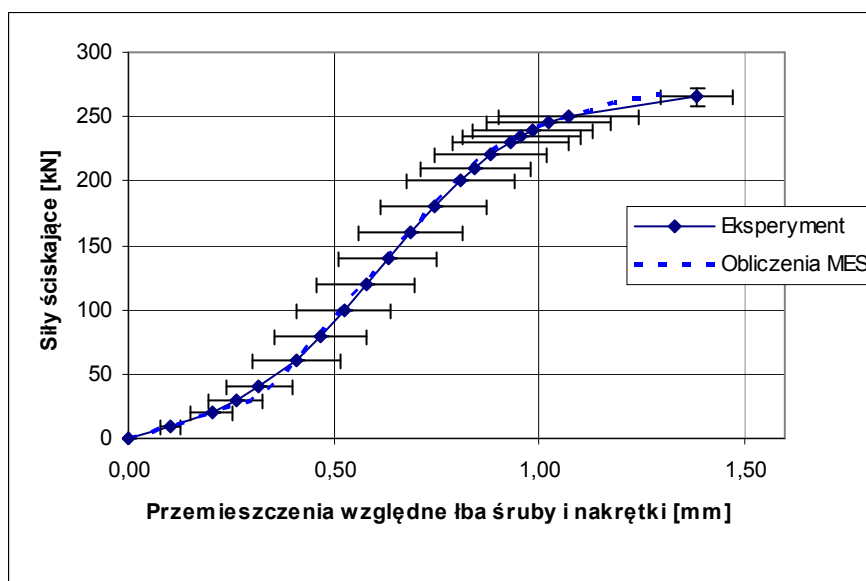
Model komputerowy [1], [2], [4] opracowano wykorzystując program ADINA (Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, ADINA R & D Inc., USA, [www.adina.com](http://www.adina.com)), wersja 8.8. Głównym autorem programu jest profesor K.J.Bathe z Massachusetts Institut of Technology. Program ADINA umożliwia uwzględnienie nieliniowości materiałowych i geometrycznych oraz modelowanie stref kontaktowych wraz z wpływem tarcia. Spełnia więc wszystkie podstawowe wymagania, aby przy jego pomocy modelować i analizować doczołowe połączenia śrubowe.

Do modelowania łączonych dwuteowników, blach doczołowych i śrub zastosowano elementy skończone bryłowe o 20 węzłach i wykorzystano możliwość modelowania stref kontaktowych pomiędzy poszczególnymi elementami składowymi styku. Ze względu na symetrię styków modelowano ich połowę, stosując w płaszczyźnie symetrii warunki brzegowe zastępujące oddziaływanie odrzuconej połowy. Obciążenie momentem zginającym uzyskano przykładając ciągłe obciążenie powierzchniowe o wartości liniowo zmiennej w zależności od odległości od osi obojętnej belki, patrz rys. 1.

Największym problemem przy modelowaniu połączeń doczołowych jest stworzenie wystarczająco dokładnego modelu śruby. Zagadnienie to zostało krótko przedstawione w [5] [6]. Dokładniej zostanie ono przedstawione w przygotowywanej przez autora referatu publikacji książkowej.

Istotą problemu jest konieczność uwzględnienia odkształceń plastycznych pojawiających się na styku gwintów śruby i nakrętki już przy niewielkim obciążeniu rozciągającym śrubę. Wynikają one z niedokładności wykonania gwintów ( na początku docisk nie na pełnej powierzchni i już przy niewielkim obciążeniu rozciągającym śruby bardzo szybko pojawiają się odkształcenia plastyczne), oraz z porowatości warstwy metalu zabezpieczającej śrubę przed korozją. Zjawisko to jest tak skomplikowane i mało poznane, że utworzenie kompletnego ilościowego modelu MES jest w chwili obecnej niemożliwe. Jest natomiast możliwe utworzenie i stosowanie w modelach połączeń uproszczonych modeli MES śrub. W obliczeniach prezentowanych w referacie zastosowano model śruby, w którym obszar styku gwintów zastąpiono materiałem zastępczym o parametrach dobranych tak, aby uzyskać zgodność obliczeń śruby rozciąganej osiowo z wynikami badań doświadczalnych. Celem rutynowo prowadzonych badań śrub jest określenie ich wytrzymałości przy rozciąganiu i nie prowadzi się pomiarów przemieszczeń względnych nakrętki i łba śruby. Przemieszczenia mierzone na belkach maszyny wytrzymałościowej nie są miarodajne, gdyż na przemieszczenia te oprócz względnych przemieszczeń nakrętki i łba śruby składają się również odkształcenia części składowych maszyny wytrzymałościowej i bardzo duże odkształcenia plastyczne w strefie kontaktu podkładek z typowymi elementami używanymi do mocowania badanych śrub w maszynach wytrzymałościowych. Bardzo łatwe jest natomiast badanie śrub na ściskanie i uzyskanie krzywej siła-przemieszczenie względne nakrętki i łba. Badania takie przeprowadzono

dla śrub M20 klasy 10.9 produkcji firmy Friedberg, i charakterystyki materiału zastępującego obszar gwintu śruby i nakrętki dobrano tak, aby uzyskać zgodność przemieszczeń względnych łba śruby i nakrętki. Na rys. 2 pokazano wyniki badań eksperymentalnych śrub na ściskanie i wyniki obliczeń ściskanego modelu MES śruby. Wyniki badań eksperymentalnych to rezultaty pomiarów przemieszczeń obciążanej nakrętki w zależności od przyłożonej siły, przedstawiono wartości średnie przemieszczeń i wielkości przedziałów ufności przy poziomie istotności  $\alpha=0.1$ .



Rys. 2. Śruba ściskana, wyniki badań eksperymentalnych i rezultaty obliczeń MES

Fig. 2. Bolt subjected to compression, results of experimental tests and results of FEM calculations

Użyte modele materiałowe (rys. 3, rys. 4):

- belki i blachy doczołowe, biliniowy materiał sprężysto-plastyczny:
  - granica plastyczności:*  $f_y = 23,5 \text{ kN/cm}^2$
  - moduł sprężystości podłużnej:*  $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$
  - wydłużenie przy zniszczeniu:*  $\varepsilon = 20 \%$
- śruba, nakrętka, podkładki, materiał podstawowy, wieloliniowy materiał sprężysto-plastyczny (rys. 3):
  - moduł sprężystości podłużnej:*  $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$
  - punkty charakterystyczne:*

$\varepsilon_0 = 0$	$\sigma_0 = 0$
$\varepsilon_1 = 0.004285$	$\sigma_1 = 90 \text{ kN/cm}^2$
$\varepsilon_2 = 0.015$	$\sigma_2 = 100 \text{ kN/cm}^2$
$\varepsilon_3 = 0.040$	$\sigma_3 = 100 \text{ kN/cm}^2$

- śruba, materiał zastępujący obszar gwintu śruby i nakrętki, wieloliniowy materiał sprężysto-plastyczny (rys. 4):

moduł sprężystości podłużnej:  $E = 343.82 \text{ kN/cm}^2$

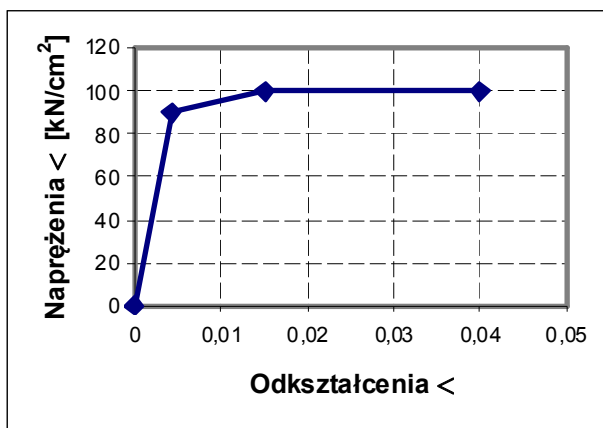
punkty charakterystyczne:  $\varepsilon_0 = 0$   $\sigma_0 = 0$

$\varepsilon_1 = 0.1480985$   $\sigma_1 = 6.490 \text{ kN/cm}^2$

$\varepsilon_2 = 0.3230142$   $\sigma_2 = 45.330 \text{ kN/cm}^2$

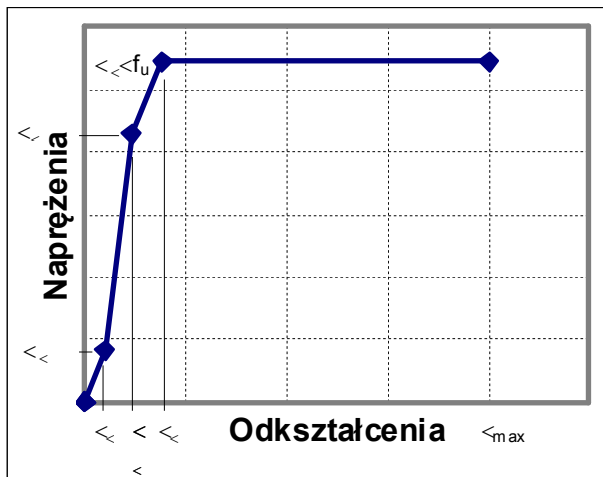
$\varepsilon_3 = 0.4636624$   $\sigma_3 = 56.369 \text{ kN/cm}^2$

$\varepsilon_4 = 2.0000000$   $\sigma_4 = 56.369 \text{ kN/cm}^2$



Rys. 3. Model materiału śruby, nakrętki i podkładek

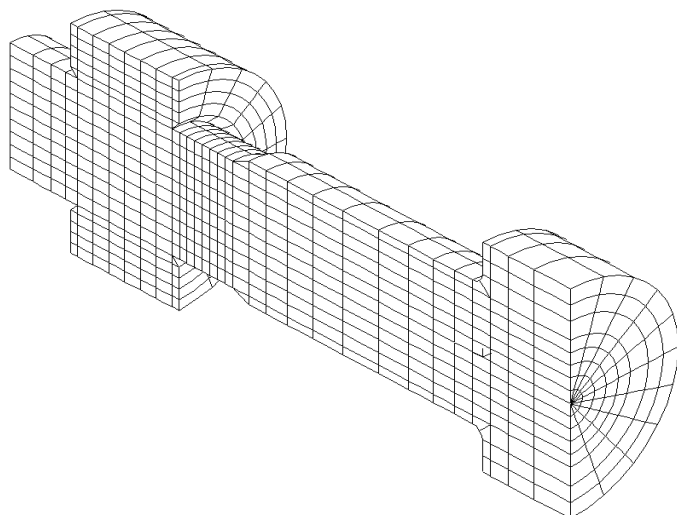
Fig. 3. Material model of the bolt, the nut and the washers



Rys. 4. Model materiału zastępującego obszar gwintu śruby i nakrętki

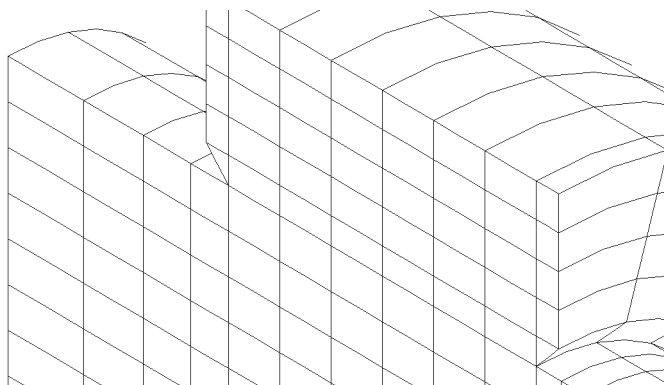
Fig. 4. Material model used in the area of thread of the bolt and the nut

Na rys. 5 pokazano model śruby, fragment modelu z widoczną strefą gdzie stosowano materiał zastępczy przedstawiono na rys. 6.



Rys. 5. Model śruby

Fig. 5. FEM model of the bolt

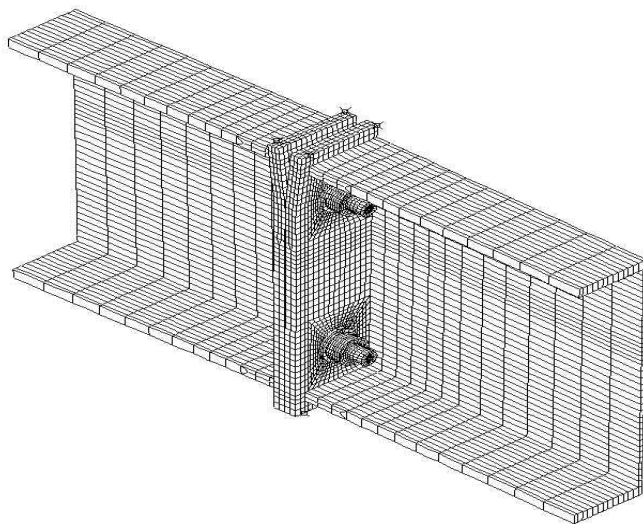


Rys. 6. Fragment modelu śruby – obszar z materiałem zastępującym gwint śruby i nakrętki

Fig. 6. Part of the FEM model of the bolt – area with the substitute material of the thread of the bolt and the nut

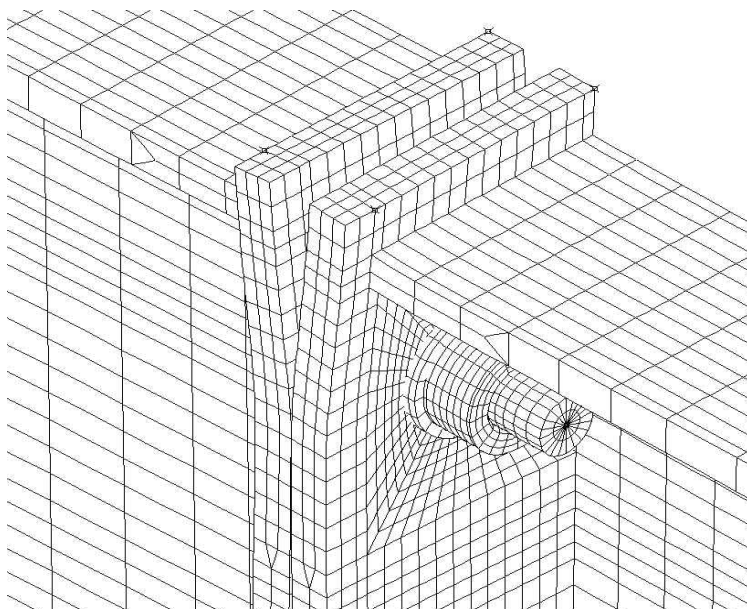
Nośność śrub firmy Friedberg na rozciąganie wynosi 262.5 kN, przedział ufności na poziomie 90% to 253.4 - 271.6 kN. Nośność uzyskana jako rezultat obliczeń rozciąganego modelu MES śruby wynosi 266.3 kN, zgodność jest więc bardzo dobra. Bardziej szczegółowo zagadnienie to będzie przedstawione w przygotowywanej przez autora referatu publikacji książkowej.

Rys. 7 przedstawia odkształcony model całego połączenia, na rys. 8 pokazano jego fragment.



Rys. 7. Model połączenia

Fig. 7. FEM model of the connection



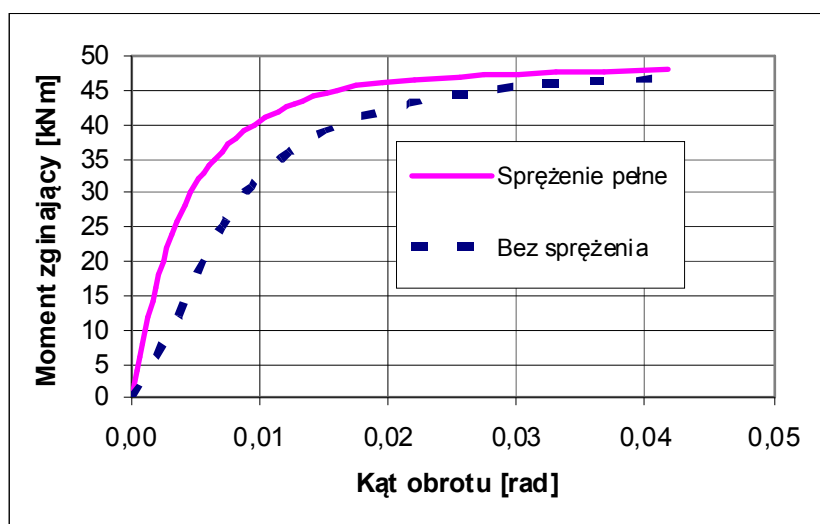
Rys. 8. Fragment modelu połączenia

Fig. 8. Part of the FEM model of the connection

Wyniki obliczeń przy pomocy opracowanego modelu MES pozwalają na analizę przemieszczeń praktycznie dowolnych punktów w styku i na analizę naprężeń i odkształceń elementów składowych. Można więc uzyskać krzywe momentu zginającego względem kąta obrotu w styku.

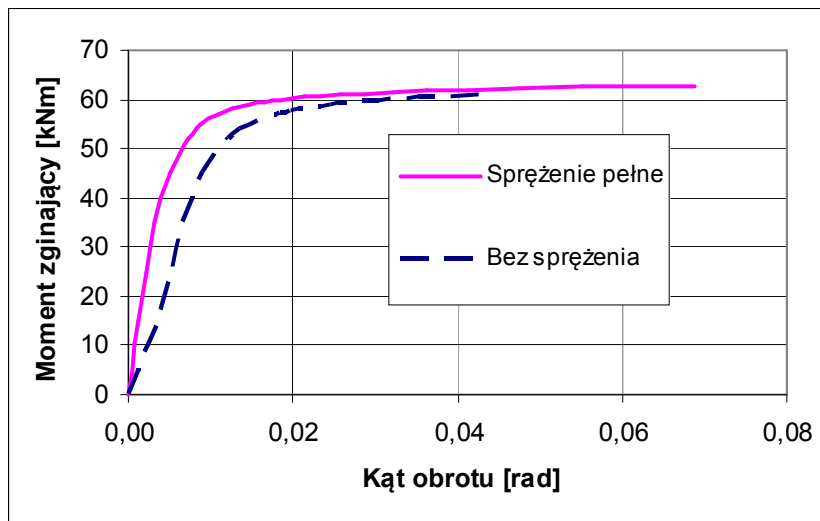
### 3. Zakres obliczeń i wyniki

Wykonano obliczenia styków belek IPE 240, IPE 270, IPE 300. Blachy doczołowe mają grubości 12mm i 20mm, w styku znajduje się 4 śruby M20 klasy 10.9. Połączenia pokazano na rys. 1. Przyjęto że dwuteowniki i blachy doczołowe wykonane są ze stali S235. Siła sprężenia śrub wynosi:  $F_p = 0,7 f_{ub} A_s = 0,7 \cdot 100 \text{ kN/cm}^2 \cdot 2.448 \text{ cm}^2 = 176,4 \text{ kN}$ . Przyjęto jako kąt obrotu styku zmianę kąta wyznaczonego przez odcinki a-b i c-d, rys. 1. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys 9 do rys. 14.



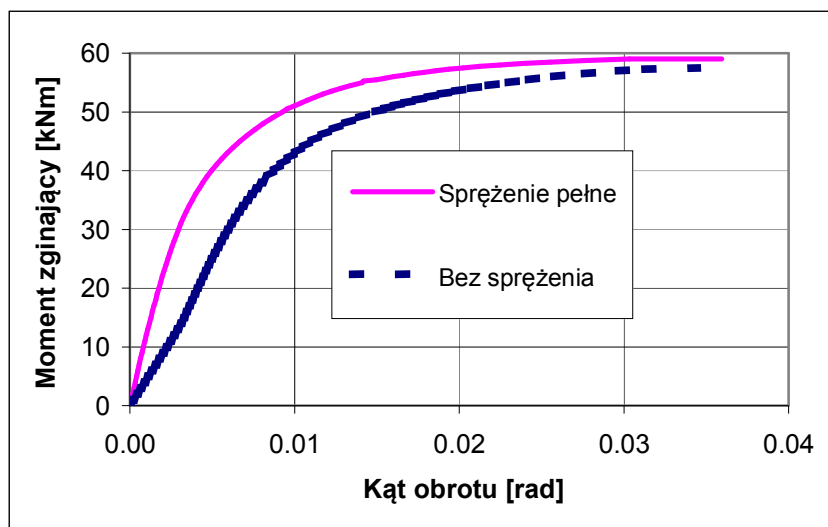
Rys. 9. Krzywe moment – kąt obrotu, IPE 240,  $t=12\text{mm}$ , krzywa 100% to pełne sprężenie, krzywa 0% to brak sprężenia

Fig. 9. Moment-rotation curves, IPE 240,  $t=12\text{mm}$ , curve 100% full preloading, curve 0% no preloading



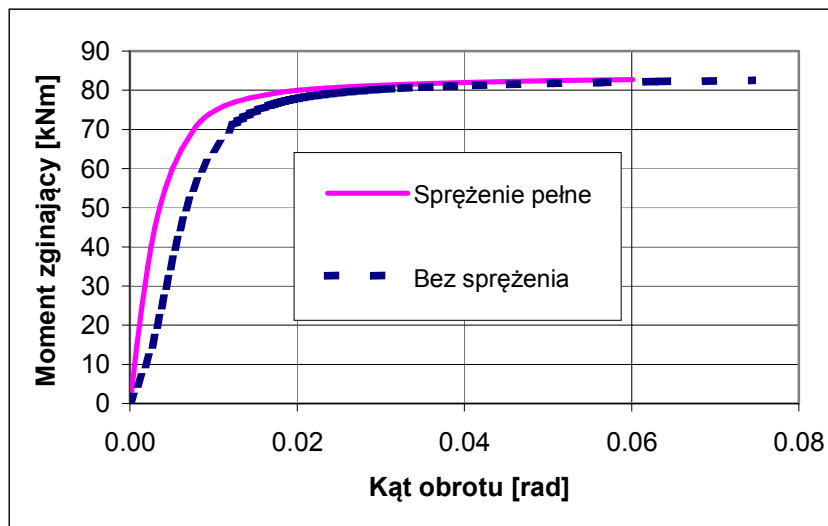
Rys. 10. Krzywe moment – kąt obrotu, IPE 240,  $t=20\text{mm}$ , krzywa 100% to pełne sprężenie, krzywa 0% to brak sprężenia

Fig. 10. Moment-rotation curves, IPE 240,  $t=20\text{mm}$ , curve 100% full preloading, curve 0% no preloading



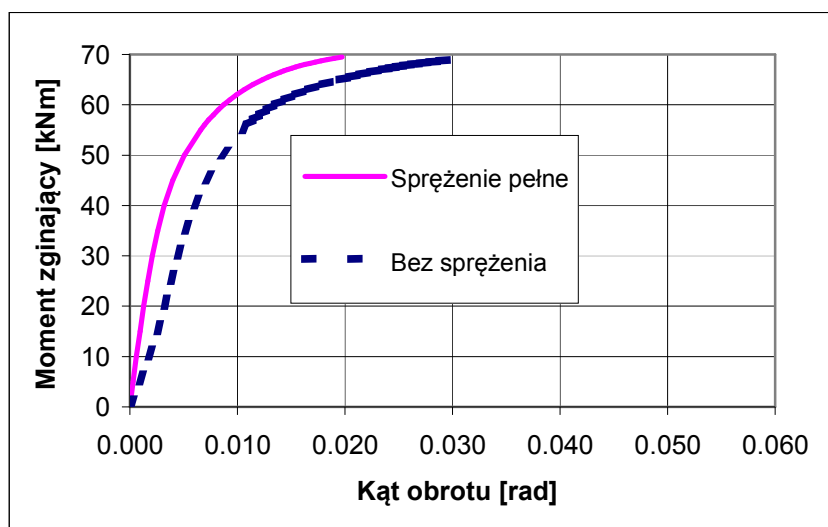
Rys. 11. Krzywe moment – kąt obrotu, IPE 270,  $t=12\text{mm}$ , krzywa 100% to pełne sprężenie, krzywa 0% to brak sprężenia

Fig. 11. Moment-rotation curves, IPE 270,  $t=12\text{mm}$ , curve 100% full preloading, curve 0% no preloading



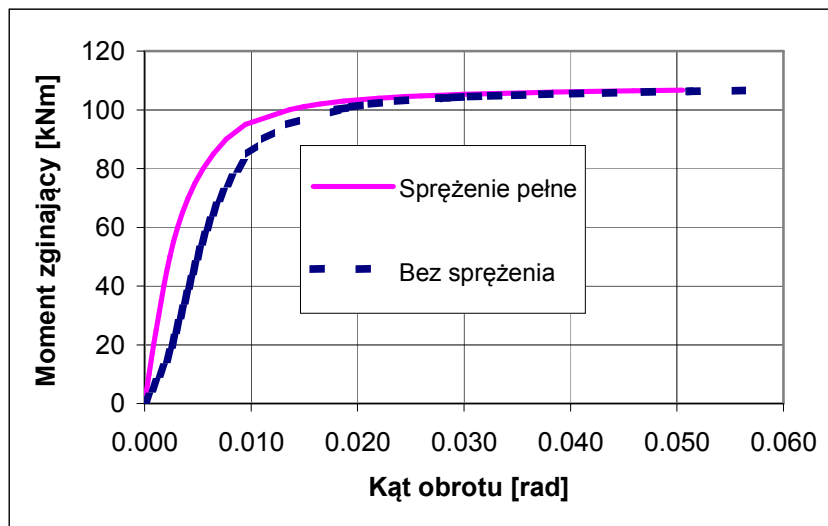
Rys. 12. Krzywe moment – kąt obrotu, IPE 270,  $t=20\text{mm}$ , krzywa 100% to pełne sprężenie, krzywa 0% to brak sprężenia

Fig. 12. Moment-rotation curves, IPE 270,  $t=20\text{mm}$ , curve 100% full preloading, curve 0% no preloading



Rys. 13. Krzywe moment – kąt obrotu, IPE 300,  $t=12\text{mm}$ , krzywa 100% to pełne sprężenie, krzywa 0% to brak sprężenia

Fig. 13. Moment-rotation curves, IPE 300,  $t=12\text{mm}$ , curve 100% full preloading, curve 0% no preloading



Rys. 14. Krzywe moment – kąt obrotu, IPE 300,  $t=20\text{mm}$ , krzywa 100% to pełne sprężenie, krzywa 0% to brak sprężenia

Fig. 14. Moment-rotation curves, IPE 300,  $t=20\text{mm}$ , curve 100% full preloading, curve 0% no preloading

#### 4. Podsumowanie i wnioski

Przedstawione rezultaty analizy rozpatrywanych styków przedstawiają pełny zakres sposobu przenoszenia przez nie obciążeń, w zakresie początkowym zbliżonym do sprężystego, w zakresie sprężysto – plastycznym i w zakresie bliskim ich zniszczenia. Obliczenia wykonano uwzględniając dwuteowniki IPE 240, IPE 270 i IPE 300, a więc najpopularniejsze kształtowniki stosowane jako belki w stropach stalowych. Wyniki obliczeń można wykorzystać w zaawansowanych obliczeniach statycznych belek uwzględniających podatności połączeń stosując zamieszczone krzywe bezpośrednio, bądź aproksymując je przy pomocy funkcji stosowanych do modelowania sztywności węzłów w używanym programie obliczeniowym.

#### Literatura

- [1] Bathe KJ.: Finite element procedures. Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall 1996.
- [2] Kleiber M., Woźniak Cz.: Nonlinear Mechanics of Structures. Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1991.
- [3] Konstrukcje stalowe. Przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1. Część druga: Stropy i pomosty. Skrypt Politechniki Rzeszowskiej pod redakcją Aleksandra Kozłowskiego, Rzeszów 2010.

- [4] Kwaśniewski L., Gizejowski M.: Numerical modeling of joint ductility in steel and steel-concrete composite frames, Conference: „STABILITY AND DUCTILITY OF STEEL STRUCTURES”, Rio de Janeiro, Brazil, 2010.
- [5] Stankiewicz B.: Experimental tests of T-stub joints and refined finite element method computer model, 3rd European Conference on Steel Structures EUROSTEEL 2002, Coimbra 2002.
- [6] Stankiewicz B.: Komputerowy model śrubowego doczołowego połączenia konstrukcji wsporczej turbiny wiatrowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i Inżynieria Środowiska - 2008, z. 50.

## PARAMETRIC ANALYSIS OF STIFFNESS OF BOLTED END-PLATE CONNECTIONS OF I BEAMS USING FINITE ELEMENT METHOD

### Summary

The accuracy of analysis of structures consisted of beams and columns can be increased by considering a real rigidity of connections. Characteristic of the joints can be found using FEM models. The objective of the analysis was to find moment-rotation curves. The analysed splices were shaped considering typical recommendations for such connections. A computer model was developed using finite element program ADINA. The program ADINA enables considering of material and geometrical nonlinearities and modelling contact regions between components of the connection with the influence of friction, so it can be used to model bolted connections. Three dimensional finite elements were used to model I-beams, end-plates and bolts. A big problem in FEM modelling of bolted connections is creation of accurate enough model of bolts. It pertains modelling of the threads in the contact zone. The principal criterion for modelling of bolts was obtaining compliance with the results of experimental test of bolts subjected to axial loads. This involved adapting the material model parameters of the threads of the screw and the nut in the contact zone. The FEM model can be easily changed in order to consider other dimensions and materials. Results show moment-rotation curves for IPE240, IPE270 and IPE300 I-beams, the thicknesses of end-plates were 12mm and 20mm. Considered elements were made of S235 steel, M20 bolts of class 10.9 were used. Analysis was done for non-preloaded and preloaded bolts. The results can be used in advanced structural analysis of beams and frames.

**Keywords:** steel structures, bolted connections, end-plate connections, finite element method

DOI: 10.7862/rb.2013.28

*Przesłano do redakcji: w czerwcu 2013 r.*

*Przyjęto do druku: w lipcu 2013 r.*