

Zdzisław PISAREK<sup>1</sup>

## OBLICZANIE DOCZOŁOWYCH POŁĄCZEŃ ŚRUBOWYCH ZGINANYCH UKOŚNIE

Połączenia doczołowe śrubowe są najczęściej stosowane w konstrukcjach ramowych. W tych konstrukcjach poddane są one zazwyczaj zginaniu w płaszczyźnie ramy. Jednak w konstrukcjach przestrzennych dosyć często mogą występować momenty zginające połączenie w dwóch płaszczyznach. Ze względu na swoje rozmieszczenie, łączniki w takich węzłach mogą być obciążone dodatkowymi siłami wynikającymi z sumowania się momentów, lub przeciwnie, moment działający z płaszczyzny ramy odciąża łączniki lub wpływ tego momentu może być pominięty. Reguły projektowe zawarte w normie PN-EN 1993-1-8 [1] odnoszą się jedynie do połączeń doczołowych obciążonych jednokierunkowo. Projektanci często stają przed problemem jak uwzględnić wpływ momentu w drugorzędno na nośność połączenia w płaszczyźnie ramy. Najczęściej stosowane są dodatkowe łączniki, które mają przenosić moment zginający z płaszczyzny ramy. Ze względu jednak na konfigurację połączenia, łączniki te mogą być dodatkowo obciążone momentem w płaszczyźnie ramy, a wypadkowe siły w łącznikach mogą przekroczyć ich nośność. W referacie przedstawiono propozycję obliczania doczołowych połączeń śrubowych obciążonych momentami w dwóch płaszczyznach. Przedstawiono dwie metody obliczania takich połączeń; metodę wypadkowego momentu zginającego i metodę sumowania sił. Zaproponowane modele analityczne są łatwe do zastosowania, gdyż opierają się na preferowanej przez obecnie obowiązującą normę [1] metodzie składnikowej. W celu weryfikacji założeń w rozważnych modelach analitycznych, wyniki obliczeń porównano z dostępnymi w literaturze wynikami badań doświadczalnych.

**Słowa kluczowe:** połączenia śrubowe doczołowe, zginanie dwukierunkowe, metoda składnikowa, projektowanie.

<sup>1</sup> Autor do korespondencji: Zdzisław Pisarek, Politechnika Rzeszowska, Katedra Konstrukcji Budowlanych, ul. Poznańska 2, 35-084 Rzeszów, tel. +48 17 865 16 15, pisarzd@prz.edu.pl

## 1. Wprowadzenie

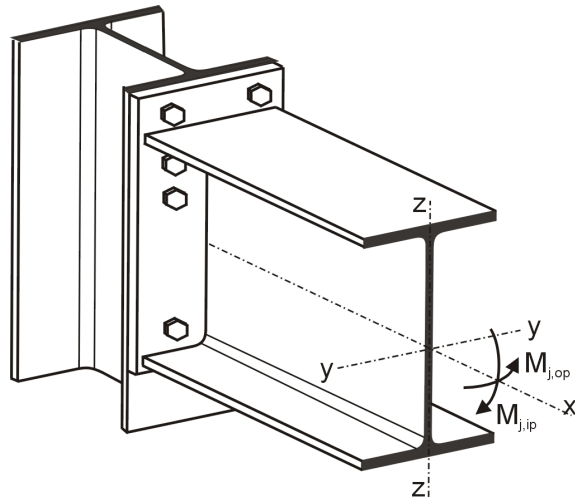
### 1.1. Wstęp

Połączenia doczołowe śrubowe są często stosowane w konstrukcjach ramowych. Elementy takich ram są wykonywane z dwuteowników typu H lub I i projektowane do przenoszenia momentów zginających jedynie w płaszczyźnie rami. Jednak w wielu przypadkach, gdy konstrukcja jest rozpatrywana jako układ przestrzenny, konieczne jest uwzględnienie zginania w dwóch płaszczyznach.

W połączeniach rygli ze słupami występuje zwykle złożony stan obciążeń, gdyż prócz momentów zginających występują również siły ścinające oraz niewielkie siły osiowe a także momenty skręcające. Obciążenia te mogą być jednak pominięte w obliczeniach jako mające znikomy wpływ na zachowanie się węzła, lub przenoszone są przez te łączniki, które nie biorą udziału w przenoszeniu momentów zginających.

### 1.2. Stan wiedzy

Obliczenia połączeń w złożonym stanie obciążenia (rys. 1) były analizowane już w latach 50-tych ubiegłego wieku. Brak odpowiednich narzędzi do analizy konstrukcji i stosowane uproszczenia nie pozwalały na szerszy rozwój tych analiz. Sprowadzały się one głównie do obliczania połączeń spawanych, gdyż tam można w łatwy sposób wyznaczyć rozkład naprężeń.



Rys. 1. Połączenie śrubowe doczołowe poddane dwukierunkowemu zginaniu

Fig. 1. Boltem end-plate joint under two axial bending moments.

W połączeniach śrubowych doczołowych pierwsze prace [2], [3], [4] dotyczyły głównie doczołowych połączeń śrubowych dla przekrojów z rur okrągłych i prostokątnych. W pracach tych zauważa się, że występowanie momentów w dwóch płaszczyznach wpływa jedynie na obrót osi obojętnej a to z kolei na ramiona sił wewnętrznych odnoszących się do poszczególnych łączników. Nie uwzględnia się natomiast ich wpływu na nośność poszczególnych śrub w węźle.

Rozważania dotyczące doczołowych połączeń śrubowych elementów z kształtowników dwuteowych dotyczyły głównie zakotwień słupów lub połączeń belek ze słupami żelbetowymi [5].

Połączenia belek ze słupami obciążone momentem zginającym prostopadłym do płaszczyzny ramy, były analizowane w pracach [6], [7]. Przedstawiono tam procedury obliczania połączeń bazujące na metodzie składnikowej wg [1] oraz weryfikację numeryczną wybranych typów połączeń.

## 2. Model analityczny przyjęty w [6] do obliczania nośności połączenia.

W doczołowych połączeniach śrubowych siły wewnętrzne przekazują się z rozciąganego pasa belki poprzez spoiny na blachę węzłową. Jest ona zginana i przekazuje obciążenie za pośrednictwem śrub na pas słupa. W strefie ściskanej blacha czołowa jest dociskana do pasa słupa. Gdy pas słupa nie jest usztywniony poprzecznie wówczas siła ściskająca w pasie rygla wywołuje w nim zginanie. Ponadto para sił pochodząca od momentu zginającego w płaszczyźnie prostopadłej wywołuje skręcanie pasa słupa i zginanie w środku, o ile słup nie jest usztywniony poprzecznie na całej wysokości przekroju.

W tego typu połączeniach można wyróżnić następujące podstawowe składniki węzła: pas słupa przy zginaniu w strefie rozciąganej, zginany pas słupa w strefie ściskanej, zginana blacha czołowa w strefie rozciąganej, pas belki przy ściskaniu, śruby rozciągane, skręcany pas belki i zginany środek słupa. Dwa ostatnie składniki są przypisane tylko do zginania z płaszczyzny ramy i powinny być rozpatrywane w interakcji naprężeń wynikających ze zginania połączenia w dwóch płaszczyznach.

W zaproponowanym w [6] modelu analitycznym, nośność połączenia może być sprawdzana z warunku sumowania się wyteżeń wywołanych zginaniem w płaszczyźnie i z płaszczyzny ramy, ze wzoru:

$$\frac{M_{j,ip,Ed}}{M_{j,ip,Rd}} + \frac{M_{j,op,Ed}}{M_{j,op,Rd}} \leq 1,0 \quad (1)$$

gdzie:  $M_{j,ip,Ed}$ ,  $M_{j,op,Ed}$  - obliczeniowe momenty zginające odpowiednio w płaszczyźnie i z płaszczyzny ramy,

$M_{j,ip,Rd}$ ,  $M_{j,op,Rd}$  – nośności obliczeniowa na zginanie węzła, odpowiednio w płaszczyźnie i z płaszczyzny ramy.

Nośność połączenia w płaszczyźnie ramy może być obliczana według zasad podanych w Eurokodzie [1]. Podobnie można przyjąć, że nośność połączenia na zginanie z płaszczyzny ramy może być obliczona z wzoru:

$$M_{j,op,Rd} = F_{t,o,Rd} \cdot y \quad (2)$$

gdzie:  $F_{t,o,Rd}$  - efektywna nośność rzędu śrub,

$y$  - ramię sił wewnętrznych przy zginaniu prostopadle do płaszczyzny ramy.

Efektywna nośność rzędu śrub jest najmniejszą z nośności poszczególnych części składowych węzła. Chociaż do przenoszenia momentu zginającego z płaszczyzny układu wyszczególniono siedem części podstawowych, nośność pasa słupa przy zginaniu w strefie ściskanej przyjęto jako równą albo większą niż odpowiedni składnik w strefie rozciąganej. Tak więc  $F_{t,o,Rd}$  wynosi:

$$F_{t,o,Rd} = \min(F_{t,o,fc,Rd}; F_{t,o,ep,Rd}; F_{c,o,fb,Rd}; F_{t,o,ft,Rd} + F_{t,o,wbc,Rd}) \quad (3)$$

gdzie:  $F_{t,o,fc,Rd}$  - nośność na rozciąganie pasa słupa przy poprzecznym zginaniu z uwzględnieniem nośności śrub rozciąganych,

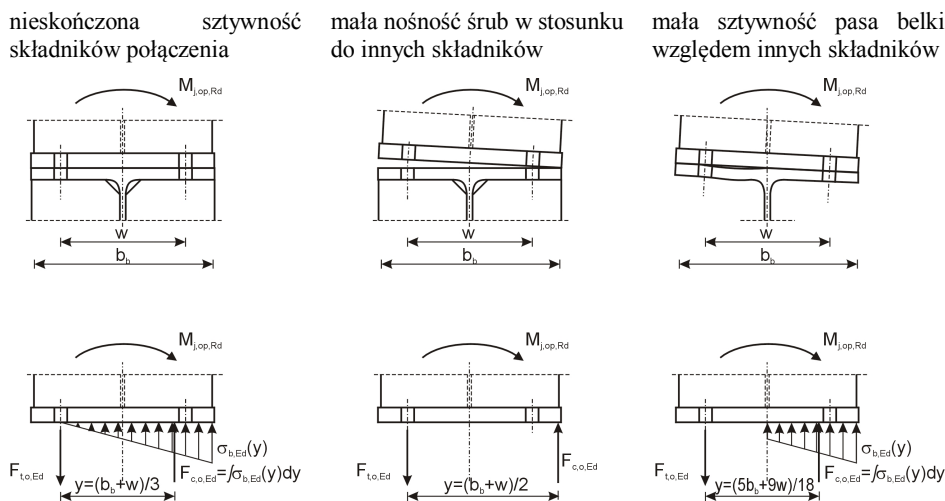
$F_{t,o,ep,Rd}$  - nośność na rozciąganie blachy czołowej przy poprzecznym zginaniu z uwzględnieniem nośności śrub rozciąganych,

$F_{c,o,fb,Rd}$  - nośność na ściskanie pasa słupa przy poprzecznym zginaniu,

$F_{t,o,ft,Rd}$  - nośność pasa słupa przy poprzecznym skręceniu,

$F_{t,o,wbc,Rd}$  - nośność na zginanie środka słupa.

Ramię sił wewnętrznych  $y$  przyjęte zostało różnie w zależności od tego, czy sztywność pasa słupa jest duża, czy mała w stosunku do innych składników połączenia (rys. 2).



Rys. 2. Ramię sił wewnętrznych w zależności od sztywności składników połączenia.

Fig. 2. Lever arm of the internal forces in dependence to stiffness of the joint components.

### 3. Proponowany model obliczania nośności połączenia

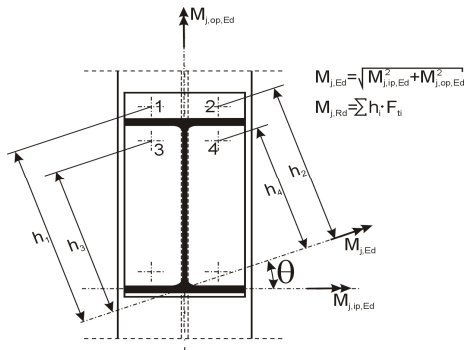
Przyjęta w modelu analitycznym [6] liniowa interakcja momentów w płaszczyźnie i z płaszczyzny układu nie jest adekwatna, ze względu na plastyczne podejście przy obliczaniu połączeń zginanych w płaszczyźnie ramy [1]. Poza tym podstawowe składniki złącza, obciążone przy zginaniu w płaszczyźnie xz nie są obciążone przy zginaniu względem drugiej osi w płaszczyźnie xy. Na podstawie obserwacji zachowania się takich węzłów można tutaj przyjąć dwie metody obliczania połączeń.

#### 3.1. Metoda wypadkowego momentu zginającego

Choć w węzłach przestrzennej konstrukcji słupowo-ryglowej występują momenty zginające w dwóch kierunkach, to zazwyczaj, w przypadku połączeń z elementami o przekrojach dwuteowych, moment w płaszczyźnie większego oporu jest znacznie większy niż wartość momentu w płaszczyźnie prostopadłej xy. Można więc przyjąć, że moment z płaszczyzny układu w nieznacznym stopniu wpływa na zachowanie się węzła. Przez analogię do badań [8], [9] można przyjąć, że środek strefy ściskanej (środek obrotu węzła) pozostaje w tym samym miejscu. Zmienia się tylko układ współrzędnych który jest obrócony o kąt  $\theta$ , (rys. 3). Wartość tego kąta można przyjąć jako:

$$\theta = \arctg\left(\frac{M_{j,op,Ed}}{M_{j,ip,Ed}}\right) \quad (4)$$

gdzie:  $M_{j,ip,Ed}$ ,  $M_{j,op,Ed}$  – jak we wzorze (1).



Rys. 3. Schemat obliczania nośności połączenia przy niewielkiej wartości momentu  $M_{j,op,Ed}$ .

Fig. 3. Schema for calculation of the resistance of the joint under small value of the out of plane bending moment  $M_{j,op,Ed}$ .

Przy tych założeniach, obliczenia nośności węzła można przeprowadzić w sposób analogiczny jak dla połączeń zginanych w jednej płaszczyźnie. Nośności poszczególnych szeregów śrub należy oszacować według wzorów podanych np. w [1], przy czym nośność ta jest odnoszona do pojedynczej śruby, a nie do króćca teowego. Dlatego przy obliczaniu nośności składników węzła w strefie rozciąganej, obliczoną nośność dzielimy przez liczbę śrub w szeregu.

### 3.2. Metoda sumowania sił

W przypadku, gdy moment zginający z płaszczyzny ramy jest o większej wartości, należy uwzględnić jego wpływ nie tylko jako wzrost obciążeń śrub w strefie rozciąganej, ale także zmniejszenie nośności innych stref węzła. Zaproponowany model analityczny opiera się na rozpatrywaniu węzła jako zginanego osobno zarówno w płaszczyźnie jak i z płaszczyzny konstrukcji, przy czym sumowanie nośności powinno się odbywać na poziomie poszczególnych elementów składowych węzła. Ostateczną nośność węzła oblicza się ze wzoru:

$$M_{j,ip,Ed} \leq M_{j,ip,Rd} = \sum_r h_r \cdot (F_{t,r,Rd} - F_{t,r,op}) \quad (5)$$

gdzie:  $F_{t,r,Rd}$  - nośność r-tego szeregu śrub przy obciążeniu w płaszczyźnie,  
 $F_{t,r,op}$  - siła obciążająca składnik wywołaną momentem z płaszczyzny,  
 $h_r$  - ramię sił r-tego szeregu śrub,  
 $M_{j,ip,Ed}$  – jak w zależności (1).

Nośności podstawowych części składowych węzła oblicza się jak dla połączeń obciążonych tylko w jednej płaszczyźnie. Jedynie nośność na ściskanie spowodowane momentem z płaszczyzny ramy ustala się następująco:

- w przypadku nieuzębrowanego środka słupa, środek obrotu węzła z płaszczyzny ramy można przyjmować przy krawędzi środka słupa (rys. 4 a.), przy czym moment zginający z płaszczyzny układu można zmniejszyć o wartość momentu uplastyczniającego pas słupa przy zginaniu [6]:

$$M_{pl,fc,Rd} = 0,167 \cdot (h_b + 1,55 \cdot (b_c - t_{wc} - 2 \cdot r_c)) \cdot t_{fc}^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} \quad (6)$$

gdzie:  $h_b$  - wysokość przekroju belki,

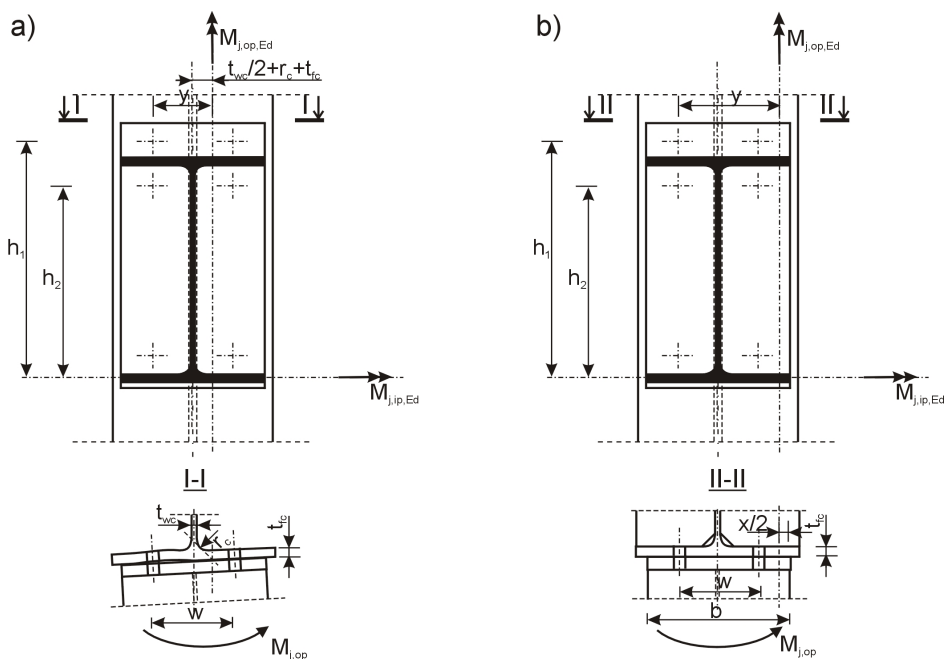
$b_c, t_{fc}$  - szerokość i grubość pasa słupa,

$t_{wc}$  - grubość środka słupa,

$r_c$  - promień wyokrąglenia przekroju słupa, bądź grubość spoiny,

$f_y$  - granica plastyczności materiału słupa.

- w przypadku uzębrowanego środka słupa, środek obrotu węzła z płaszczyzny ramy można przyjąć w połowie wysokości strefy ściskanej (rys. 4b), przyjmując plastyczny rozkład naprężeń. Zakres strefy ściskanej oblicza się z równowagi sił wewnętrznych w płaszczyźnie mniejszego oporu węzła.



Rys. 4. Schemat obliczania nośności połączenia a) z nieuzębrowanym środkiem słupa, b) z uzębrowanym środkiem słupa.

Fig. 4. Schema for calculation of the joint resistance a) with unstiffened web of column, b) with stiffened column web.

Ramię sił wewnętrznych  $y$  dla momentu z płaszczyzny układu można przyjąć przy plastycznym rozkładzie sił wewnętrznych w połączeniu:

- dla nieuzębrowanego środka słupa:

$$y = (w + t_{wc})/2 + r_c + t_{fc} \quad (7)$$

- dla uzębrowanego środka słupa:

$$y = (w + b - x)/2 \quad (8)$$

gdzie:  $w$  - rozstaw śrub w szeregu,  
 $b$  - mniejsza z szerokości blachy czołowej lub pasa słupa,  
 $x$  - zasięg strefy ściskanej przy zginaniu z płaszczyzny,  
 $t_{wc}$ ,  $r_c$ ,  $t_{fc}$  – jak w zależności (6).

Zasięg strefy ściskanej  $x$  przy zginaniu z płaszczyzny układu można wyznaczyć z warunków równowagi sił wewnętrznych ze wzoru:

$$x = \frac{\sum F_{t,op} \cdot \gamma_{M2}}{2 \cdot t_{fb} \cdot f_{y,fb}} \quad (9)$$

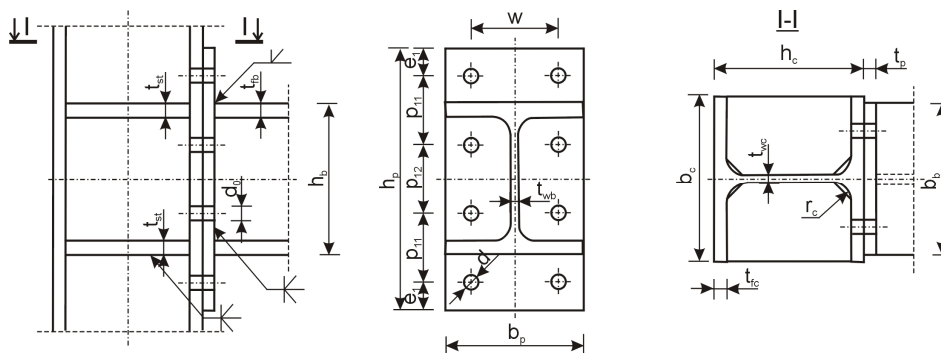
gdzie:  $\gamma_{M2}$  - częściowy współczynnik bezpieczeństwa,  
 $F_{t,op}$ ,  $f_{y,fb}$ ,  $t_{fb}$  – jak we wzorach poprzednich.

Przy tak przyjętych założeniach pozostaje zagadnienie rozdziału nośności składników na kierunki obciążenia. Pomimo plastycznego rozdziału obciążeń na poszczególne łączniki wynikającego z odkształceń blachy, pasa oraz innych składników węzła, nośność poszczególnego składnika jest rozpatrywana w zakresie sprężystym. Można zatem przyjąć, że udział każdej z podstawowych części połączenia, w przenoszeniu momentów w płaszczyźnie jak i z płaszczyzny ramy jest wprost proporcjonalny do ramienia sił wewnętrznych w danym kierunku.

#### 4. Porównanie wyników obliczeń

W celu weryfikacji przyjętych założeń w rozważanych modelach analitycznych porównano wyniki obliczeń sporządzonych dla wybranych połączeń. Ze względu na brak w literaturze danych dotyczących badań doświadczalnych węzłów łączących belki ze słupami o przekrojach dwuteowych, obciążonych zarówno w płaszczyźnie jak i z płaszczyzny ramy, do weryfikacji przyjęto połączenia modelowane metodą elementów

skończonych. Rozpatrzono pięć bisymetrycznych węzłów śrubowych doczołowych (rys. 5). Węzły te były modelowane programem Abaqus [5].



Rys. 5. Konstrukcja połączeń przyjętych do porównania wyników obliczeń.

Fig. 5. Geometry of the joints for comparison of the calculation results.

Tabela 1. Zestawienie wymiarów węzłów i wyników obliczeń.

Table. 1. Joint dimensions and results of the calculation.

nr węzła	1	2	3	4	5
przekrój belki	HEB200	HEB200	HEB200	HEB200	HEB280
przekrój słupa	HEB200	HEB300	HEB200	HEA400	HEB400
śruby	M24	M24	M24	M20	M30
uźebrowanie	tak	tak	nie	nie	tak
liczba szeregów śrub	2	4	2	2	2
grubość blachy czołowej $t_p$ [mm]	12	15	20	12	25
szerokość blachy czołowej $b_p$ [mm]	200	240	200	200	280
odległość końcowa $e_1$ [mm]	45	40	60	60	80
rozstaw śrub $w$ [mm]	110	150	110	110	200
rozstaw szeregów śrub $p_{11}$ [mm]	300	85	100	100	150
rozstaw szeregów śrub $p_{12}$ [mm]	-	100	-	-	-
grubość żeber $t_{st}$ [mm]	10	15	-	-	15
Nośność $M_{j,op,Rd}$ wg. [5] [kNm]	11,9	94,56	34,6	23,8	111,1
Nośność $M_{j,op,Rd}$ [kNm]	11,99	82,33	34,05	23,79	99,66

Przyjęto, że elementy są wykonane ze stali S355, a zastosowane śruby klasy 8.8. Wymiary geometryczne pięciu badanych numerycznie węzłów zestawiono w tabeli 1. Podano tam także nośności węzłów przy zginaniu z płaszczyzny ramy otrzymane z obliczeń MES [5] i modelu analitycznego.

Wyniki otrzymane z modelu analitycznego dosyć dobrze zgadzają się z nośnościami uzyskanymi z obliczeń numerycznych. Różnica większa (12,9% i 10,3%) występuje jedynie w węzłach 2 oraz 5, gdzie o nośności decydowało uplastycznienie blachy czołowej.

## 5. Wnioski

Przedstawione w referacie modele analityczne są łatwe do zastosowania w obliczeniach, gdyż opierają się na metodzie składnikowej podanej w obecnie obowiązującej normie [1].

Metoda obliczeń pozwala na uwzględnienie interakcji między obciążeniem badanych węzłów momentami zginającymi działającymi w dwóch płaszczyznach w odniesieniu do poszczególnych części składowych węzła.

Wyniki obliczeń wykonanych dla przykładowych węzłów potwierdza zadowalającą zgodność modelu analitycznego i obliczeń MES. Jednak pełną weryfikację zaproponowanego modelu należałoby przeprowadzić na podstawie badań doświadczalnych węzła zginanego ukośnie, co będzie przedmiotem dalszych prac.

## Literatura

- [1] PN-EN 1993-1-8 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów. PKN 2005.
- [2] Agerskov H.: High-Strength Bolted Connections Subject to Prying. Journal of Structural Division, ASCE, **102**, 1976. p. 161-175.
- [3] Kato B., Mukai A.: "Bolted Tension Flanges Joining Square Hollow Section Members. Journal of Construction Steel Research, **5**, 1985, p. 163-177.
- [4] Wheeler A., Clarke M., Hancock G. J.: Design model for bolted moment end-plate connections joining rectangular hollow sections using eight bolts. Research Report No R827, University of Sidney. 2003.
- [5] Heinisuo M., Laine V., Lehtimäki E.: Enlargement of the component method into 3D. Proc. Nordic Steel Construction Conference (NSCC 2009), Malmö, 2009. p. 430-437.
- [6] Neumann N, Nuhic F, "Design of structural joints connecting H or I sections subjected to in-plane and out-of-plane bending", Proc. 6th European Conference on Steel and Composite Structures (Eurosteel 2011), Vol. A, Budapest, 2011, pp. 303-308
- [7] Neumann N., Buzaljkob M., Thomassenc E., Nuhic F.: Verification of design model for out-of-plane bending of steel joints connecting H or I sections. Proc. Nordic Steel Construction Conference (NSCC 2012), Oslo, 2012. p. 683-692.

- [8] Perttola H., Heinisuo M.: Test Report, End Plate Joints of Steel Tubes, Biaxial and Weak Axis Bending. Tampere University of Technology. Tampere 2011.
- [9] Choi J.H., Choi Y.: An experimental study on inelastic behavior for exposed-type steel column bases under three-dimensional loadings. Journal of Mechanical Science and Technology 27 (3), 2013, pp. 747-759

## **CALCULATION OF THE BOLTED END-PLATE JOINTS SUBJECTED TO TWO AXIS BENDING**

### **S u m m a r y**

End plate bolted connections are most often applied in frame structures. Normally they connect H or I sections. In these structures joints are designed for in-plane bending only. However in spatial structures often appear both in-plane and out-of-plane bending moments. Bolts in such joints due to its location can be loaded with additional forces resulting from the aggregation of the moments in and out of plane or the moment working out of plane deload connectors or impact of this moment can be omitted. Design rules contained in the standard PN-EN 1993-1-8 [1], related only to end plate connections subjected to in-plane bending. Designers often face the problem of how to take account of the influence of the secondary moment on resistance of a connection in the plane of the frame. Most commonly are used additional connectors to transfer from the plane of the frame. However, due to the configuration of the joint, these bolts can be subjected to load a moment in the plane of the frame, and the resultant force in the connector can exceed their strength.

In the paper the proposal method of calculation of the end plate joints H or I section subjected to in-plane and out-of-plane bending are introduced. The proposal method is based on component method preferred in Eurocode. Comparison of calculations results according to presented method with an numerical analysis of MES method is also presented.

**Keywords:** bolted end-plate connections, two axis bending, component method, design.

DOI: 10.7862/rb.2013.27

*Przesłano do redakcji: w czerwcu 2013 r.*

*Przyjęto do druku: w sierpniu 2013 r.*

