

Tomasz DOMAŃSKI¹

PROBABILISTYCZNA OCENA NOŚNOŚCI ŁĄCZNIKA W POŁĄCZENIU ZAKŁADKOWYM, W KLASIE NIEZAWODNOŚCI RC3, W TEMPERATURACH NORMALNYCH I POŻAROWYCH

W pracy przedstawiono probabilistyczną metodę wyznaczania nośności łącznika w zakładkowym stalowym połączeniu kategorii A dla obiektów o klasie niezawodności RC3. Obiekty te, takie jak hale sportowe, obiekty kultu religijnego, budynki wysokie, mosty o dużych rozpiętościach budowle są projektowane z wyjątkowymi wymaganiami bezpieczeństwa definiowanymi w normie PN-EN 1990, w połączeniach tych wymagane jest przeniesienie obciążeń z założonym minimalnym prawdopodobieństwem awarii. Obiekty klasy RC3 wymagające podwyższonych wymagań bezpieczeństwa, definiowane są przez wskaźnik niezawodności $\beta = 4,3$ odpowiadający prawdopodobieństwu awarii $p_f = 8,54 \cdot 10^{-6}$. W zaleceniach normowych PN-EN 1993-1-8 obliczeniową nośność łącznika w połączeniu zakładkowym kategorii A określa się jako wartość minimalną z obliczeniowych nośności na docisk i na ścinanie. W przedstawionym artykule traktuje się obie te wielkości jako losowe, opisywane probabilistycznymi rozkładami log-normalnymi. Zadaniem pracy jest określenie rozkładów prawdopodobieństwa dla minimów z tych wielkości, podstawowych parametrów probabilistycznych takich jak momentów zwykłych rzędu pierwszego, momentów centralnych rzędu drugiego oraz odpowiednich współczynników zmienności. Zostaną wyznaczone wartości charakterystyczne i obliczeniowe dla minimów nośności połączenia w temperaturach normalnych i pożarowych. Zastosowane zostaną klasyczne metody analizy probabilistycznej oraz metody symulacyjne Monte-Carlo. Istotnym zagadnieniem, które będzie poruszone w artykule jest stałość parametru zmienności w zmieniających się temperaturach pożarowych 300°C, 400°C, 500°C, 600°C. Przeprowadzono badania laboratoryjne – próby rozciągania w każdej temperaturze dla dwóch gatunków stali S235JR, S355JR oraz dwóch asortymentów: kształtowników, prętów. Dla każdej „próby” statystycznej w badanych temperaturach wyznaczono odchylenia standardowe oraz współczynniki zmienności i zbadano ich stałość stosując statystyki Bartletta, które są zbieżne do rozkładu hi-kwadrat. Wyniki testów oraz wnioski przedstawiono na końcu artykułu.

Słowa kluczowe: połączenia na śruby, niezawodność, bezpieczeństwo pożarowe.

¹ Autor do korespondencji: Tomasz Domański, Politechnika Krakowska, ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków, tel: +48 12 628 2033, doman@pk.edu.pl

1. Wprowadzenie

Zgodnie z zaleceniami normy PN-EN 1993-1-8 [5] w połączeniach zakładkowych kategorii A, nośność wyznacza się, jako wartość minimalną z nośności na ścinanie śrub i nośności na docisk elementów łączonych.

$$P_{Rd} = \min(P_{v,Rd}, P_{b,Rd}), \quad (1)$$

gdzie: $P_{v,Rd}$ jest obliczeniową nośnością śruby na ścinanie, a

$P_{b,Rd}$ jest obliczeniową nośnością elementu łączonego na docisk.

Obie te wielkości dla klasy niezawodności RC3 definiuje się jak następuje:

$$P_{v,Rd} = \frac{\alpha_v f_{ub} A}{\gamma_{M2} K_{FI}}, \quad (2)$$

$$P_{b,Rd} = \frac{k_1 a_b f_u d t}{\gamma_{M2} K_{FI}}, \quad (3)$$

gdzie: $\alpha_v, k_1, a_b, d, t, A$ - parametry obliczeniowe,

f_{ub} - charakterystyczna wytrzymałość śruby,

f_u - charakterystyczna wytrzymałość elementu łączonego,

$\gamma_{M2} = 1,25$ - częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla połączeń,

$K_{FI} = 1,1$ - częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla klasy RC3.

Częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla połączeń w obiektach klasy RC3 będzie równy [4]:

$$\gamma_{MRC3,EC} = \gamma_{M2} K_{FI} = 1,375, \quad (4)$$

2. Probabilistyczna analiza statystyk wartości minimalnych nośności połączenia zakładkowego

Dla uproszczenia zapisu wprowadza się następujące oznaczenia: $X = P_v$ losowa nośność śruby, $Y = P_b$ losowa nośność materiału łączonego oraz nową zmienną: losową nośność jednego łącznika $Z = P_R$ zdefiniowaną jako minimum:

$$Z = \min(X, Y), \quad (5)$$

Dystrybuanta zmiennej Z (nośności łącznika) zdefiniowana [1] jest, jako wyrażenie:

$$\begin{aligned}
 F_Z(z) &= P(Z \leq z) = P[\min(X, Y) \leq z] = 1 - P[\min(X, Y) > z] = \\
 &= 1 - \int_z^\infty \int_z^\infty f_{XY}(x, y) dx dy,
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

gdzie: $P(x)$ i $f(x)$ – funkcja prawdopodobieństwa i gęstości prawdopodobieństwa zmiennej losowej x .

Zakładając, że zmienne losowe X i Y są niezależne, funkcja gęstości wielkości minimalnych Z (nośności połączenia) $f_Z(Z)$ wynosi:

$$f_Z(z) = f_X(z) + f_Y(z) - f_X(z)F_Y(z) - f_Y(z)F_X(z)
 \tag{7}$$

Znając funkcję gęstości nośności połączenia $f_Z(Z)$ można wyznaczyć momenty probabilistyczne stosując klasyczne metody rachunku prawdopodobieństwa:

- Wartość średnia nośności (wartości minimalnej) połączenia, jako moment zwykły rzędu pierwszego:

$$\mu_Z = \int_{-\infty}^{\infty} z f_Z(z) dz
 \tag{8}$$

- Wariancja nośności połączenia (wartości minimalnej) $\sigma_Z^2 = \text{var}(Z)$, jako moment centralny rzędu drugiego.

$$\sigma_Z^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f_Z(z) (z - \mu_Z)^2 dz
 \tag{9}$$

- Współczynnik zmienności nośności połączenia (wartości minimalnej) v_Z

$$v_Z = \frac{\sigma_Z}{\mu_Z}
 \tag{10}$$

3. Wartości charakterystyczne i obliczeniowe nośności połączenia w temperaturach normalnych

Przyjęto, że losowa nośność łącznika w połączeniu zakładkowym kategorii A podlega rozkładowi logarytmo-normalnemu o medianie \check{Z} i logarytmicznym współczynnikiem zmienności v_Z , podstawowe parametry tego rozkładu określane są przez następujące wyrażenia:

$$\tilde{Z} = \frac{\mu_Z}{\sqrt{1+v_Z}}, \quad v_Z = \sqrt{\ln(1+v_Z^2)} \quad (11)$$

Bezpieczeństwo połączenia w klasie niezawodności CC3 jest definiowane przez warunek wymaganego wskaźnika niezawodności $\beta_{R,req}$:

$$\beta_R = \frac{\ln(\tilde{Z}/z)}{v_Z} \geq \beta_{R,req} = \alpha_R \beta_{req}, \quad (12)$$

gdzie: β_R - częściowy wskaźnik bezpieczeństwa [2],

$\beta_{R,req}$ - wymagany współczynnik bezpieczeństwa dla połączenia kategorii A.

Współczynnik bezpieczeństwa $\beta_{R,req} = \alpha_R \beta_{req}$ jest częścią całkowitego współczynnika bezpieczeństwa β_{req} zdefiniowanego w EN-PN 1990 [4]. Wartość β_{req} wymagana dla obiektów klasy CC3 wynosi $\beta_{req} = 4,3$. Zgodnie z PN- EN1990, $\alpha_R = 0,8$ wtedy $\beta_{R,req} = \alpha_R \beta_{req} = 0,8 \cdot 4,3 = 3,44$.

Wartość obliczeniowa nośności połączenia jest równa:

$$Z_d = \tilde{Z} \exp(-\alpha_R \beta_{req} v_Z) = \tilde{Z} \exp\left(-3,44 v_Z - \frac{\sigma_{\ln Z}^2}{2}\right) \quad (13)$$

Wartość charakterystyczna definiowana jest jako kwantyl 5% rozkładu logarytmno-normalnego

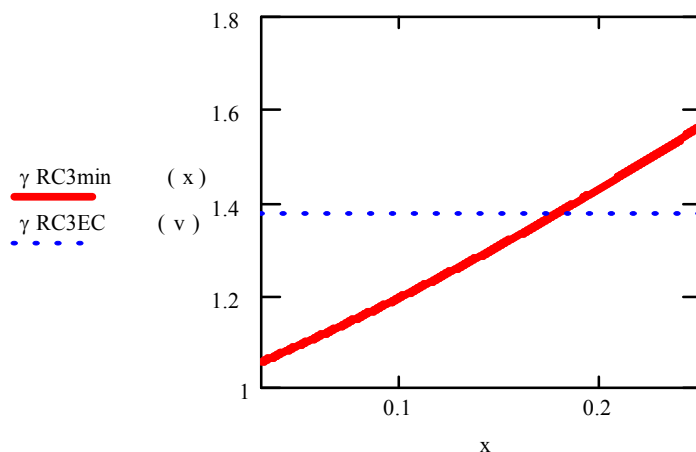
$$Z_k = \tilde{Z} \exp\left(-1,645 v_Z - \frac{\sigma_{\ln Z}^2}{2}\right) \quad (14)$$

Wartość charakterystyczna i obliczeniowa granicy plastyczności stali obliczona została przy założeniu rozkładu logarytmno-normalnego tak jak to rekomenduje norma PN-EN 1990. Oczywiście, można przyjąć inny typ rozkładu dla danego gatunku stali, po wcześniejszej weryfikacji statystycznej właściwości

Uznając, że wartości obliczeniowe i charakterystyczne są znane można estymować częściowy współczynnik bezpieczeństwa dla połączeń w obiektach klasy RC3 jak następuje:

$$\gamma_{MRC3, \min} = \frac{Z_d}{Z_k} = \exp[(3,44 - 1,645)v_Z] = \exp(1,795v_Z) \quad (15)$$

Jak pokazano na Rys.1 wartość współczynnika $\gamma_{MRC3,min}$ zależy od współczynnika zmienności v_Z . Należy zauważyć, że wymagany współczynnik bezpieczeństwa $\gamma_{MRC3,min}=1,375$ nie jest zachowany dla współczynnika zmienności $v_Z > 0.18$



Rys. 1. Współczynniki bezpieczeństwa nośności łącznika w funkcji współczynnika zmienności.
Fig. 1. Relationship between fastener capacity safety factors and variation coefficients.

Przykład 1.

Rozważa się parametry nośności łącznika kategorii A dla śrub klas 4.6, 5.6, 6.8, 8.8 o odpowiednich wytrzymałościach: $f_{ub}=400MPa, 500MPa, 600MPa, 800MPa$ i średnicy $d=20mm$. Połączenie łączy dwie stalowe blachy ze stali S275, o $f_u = 430MPa$, grubości $t = 7 mm$. Współczynnik zmienności wytrzymałości dla blach stalowych przyjęto na poziomie $v_{fu} = 0.10$ a dla wytrzymałości śrub $v_{fub} = 0.05$. Tabela 1. pokazuje wyniki obliczeń wartości charakterystycznych i obliczeniowych nośności łącznika w połączeniu zakładkowym kategorii A przy zastosowaniu metod probabilistycznych i normowych EC.

Tabela 1. Przykład obliczeniowy obliczeń nośności łącznika w połączeniu kategorii A.
Table 1. Numerical example of fastener capacity design in A connection category.

Klasa śrub	4.6	5.6	6.8	8.8
Mediana wytrzymałości śruby \check{f}_{ub} [MPa]	434	543	651	868
Mediana nośności połączenia \check{Z} [kN]	81,74	101,03	111,61	113,39
Odchylenie standardowe nośności połączenia σ_z [kN]	4,08	5,43	9,345	13,31
Współczynnik zmienności nośności połączenia v_Z	0,050	0,054	0,084	0,100
Nośność obliczeniowa połączenia wg (EC) P_{Rd} [kN]	54,81	68,51	70,02	70,02
Nośność obliczeniowa połączenia wg metody probabilistycznej Z_d [kN]	68,84	83,96	83,68	80,39

4. Nośność połączenia zakładkowego kategorii A w temperaturach pożarowych

Wartość charakterystyczna wytrzymałości stali $f_{u,k}$ maleje ze wzrostem temperatury Θ wg relacji [2], [6] :

$$f_{u,k,\Theta} = k_{u,\Theta} f_{u,k,20}, \quad f_{y,k,20} = \tilde{f}_u \exp(-1.645v_{fu,20} - 0.5v_{fu,20}^2) \quad (16)$$

Stała wartość częściowego współczynnika bezpieczeństwa $\gamma_{M,\Theta}$ w temperaturach pożarowych (w szczególności $\gamma_{M,\Theta} = 1.0$) pozwala na estymację wartości obliczeniowej wytrzymałości i nośności połączenia.

$$f_{u,d,\Theta} = \frac{f_{u,k,\Theta}}{\gamma_{M,\Theta} K_{FI}} = \frac{k_{y,\Theta} f_{u,k,20}}{\gamma_{M,\Theta} K_{FI}} = k_{u,\Theta} f_{u,d,20} \quad (17)$$

gdzie: \tilde{f}_u , $v_{fu,20}$ - mediana i logarytmiczny współczynnik zmienności wytrzymałości stali w temperaturze $\Theta = 20^\circ C$.

Współczynnik redukcyjny $k_{u,\Theta} = k_{y,\Theta}$ dla temperatur $\Theta \geq 400^\circ C$ przedstawia norma EN-1993-1-2 [6]. Konsekwentnie charakterystyczna wartość nośności połączenia w temperaturach pożarowych $Z_{k,\Theta}$ jest określana przez formułę:

$$Z_{d,\Theta} = Z_{k,\Theta} = k_{u,\Theta} Z_{k,20} \quad (18)$$

zależności te są prawdziwe przy założeniu, że $v_{Z,\Theta} = v_{Z,20} = const$ oraz $v_{fu,\Theta} = v_{fu,20} = const$.

Powyższa hipoteza została zweryfikowana [3] po przeprowadzeniu badań laboratoryjnych i zastosowaniu odpowiednich testów statystycznych. Zweryfikowano dwie hipotezy alternatywne H_o – równość wariancji $\sigma_k^2 = var(Y_k)$ w temperaturach pożarowych (dla temperatur $300^\circ C$, $400^\circ C$, $500^\circ C$, $600^\circ C$). Hipoteza zerowa: H_o jest następująca; $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_k^2$ wobec hipotezy alternatywnej H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \sigma_k^2$ dla temperatur pożarowych i odpowiednio druga hipoteza dla współczynnika zmienności $v_k^2 = \sigma_{ln,k}^2$ wytrzymałości elementów stalowych w temperaturach pożarowych $\Theta(k)$, hipoteza zerowa w tym

przypadku jest następująca: $H_0: \sigma_{\ln,1}^2 = \sigma_{\ln,2}^2 = \sigma_{\ln,k}^2$ wobec hipotezy alternatywnej: $H_1: \sigma_{\ln,1}^2 \neq \sigma_{\ln,2}^2 \neq \sigma_{\ln,k}^2$. Powyższe hipotezy zostały zweryfikowane stosując test Bartleta oparty na statystyce [3]:

$$b = \frac{\left(\prod_{i=1}^k \sigma_i^2 \right)^{n/(N-k)}}{\sigma_p^2} \quad (19)$$

gdzie: $n = 24$ - ilość próbek w grupie $i=1 \dots k=4$,

Całkowita ilość badanych próbek $N=kn=96$.

$$\sigma_p^2 = n \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 / (N-k). \quad (20)$$

Hipoteza H_0 jest akceptowana z na poziomie ufności α gdy: $b < b_k(\alpha; n)$. $b_k(\alpha; n)$ wartość graniczna dla testu Bartleta z k grupami pomiarów w temperaturach pożarowych, α – wymagany poziom ufności, n – ilość próbek w grupie.

Na podstawie badań doświadczalnych statystyka Bartleta b_{fe} dla hipotezy weryfikującej tezę, że wariancja wytrzymałości stali w temperaturach pożarowych $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_k^2$ jest stała została określona na poziomie:

$$b_{fe} = 1.171 > b_4(0.01, 24) = 0.882. \quad (21)$$

więc hipoteza z $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_k^2$ - równości wariancji w temperaturach pożarowych została odrzucona.

Odpowiednio sprawdzono hipotezę o równości współczynników zmienności $V_1^2 = V_2^2 = V_k^2$ obliczając statystykę Bartleta;

$$b_{lnfe} = 0.247 < b_4(0.01, 24) = 0.882. \quad (22)$$

W tym przypadku należy zaakceptować hipotezę o równości współczynników zmienności nośności połączenia $H_0: \underline{V_1^2 = V_2^2 = V_k^2 = const.}$

5. Podsumowanie i uwagi końcowe.

W pracy przedstawiono probabilistyczną metodę określania nośności łącznika w połączeniu zakładkowym kategorii A, w klasie niezawodności RC3. Klasa RC3 jest klasą o podwyższonych wymogach bezpieczeństwa (prawdopodobieństwo awarii jest na poziomie $p_{f,ult} \approx 8,54 \cdot 10^{-6}$). Wyznaczono rozkłady prawdopodobieństw nośności łącznika w połączeniu zakładkowym kategorii A jako wartości minimalne z nośności na docisk i ścinanie. Przedstawiono metody probabilistyczne estymacji momentów probabilistycznych dla wartości minimalnych oraz wyznaczania wartości charakterystycznych w temperaturach normalnych i pożarowych. Zweryfikowano hipotezę statystyczną o równości współczynnika zmienności nośności połączenia w temperaturach pożarowych. Niezbędne są dalsze badania laboratoryjne nad zagadnieniem zmienności parametrów wytrzymałościowych stali a także weryfikacja typów rozkładów prawdopodobieństw w temperaturach normalnych i pożarowych.

Praca została opracowana w oparciu o projekt finansowany przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego (N N506 243938).

Literatura

- [1] Benjamin J., R., Cornell C., A.: Probability, Statistics, and Decisions for Civil Engineers, Mc Graw-Hill, New York 1997.
- [2] Maślak M., Domański T.: Safety factors in design of steel members for accidental fire situation, Proc of International Conference on Design, fabrication and Economy of Welded Structure. Miskolc, Hungary 24-26 April 2008. pp 563-570.
- [3] Walpole R.E., Myers R.H., Myers S.L.: Probability & Statistics for Engineers & Scientists, Prentice Hall. N.J. 2002
- [4] EN 1990, Eurocode 0, Basis of structural design.
- [5] EN-1993-1-8, Eurocode 3, Design of steel structures - Design of joints
- [6] EN-1993-1-2, Eurocode 3, Design of steel structures, General Rules, Structural Fire Design.

RANDOM PARAMETERS OF STEEL FASTENERS SUBJECTED TO SHEAR IN CATEGORY A AND IN RC3 CLASS OF RELIABILITY IN NORMAL AND FIRE TEMPERATURES

Summary

The reliability class *RC3* is associated with the consequences class *CC3* [4] and is defined with the reliability index $\beta = 4.3$. The characteristic resistance of steel shear connection is obtained as minimum of two variables: bolts resistance and steel body resistance. The determination of partial safety factors within shear connections will be presented according to EN1990. More research is needed on the steel ultimate variance parameters in fire temperatures and on the assumption that the distribution of shear resistance is lognormal. Shear connections have to transfer forces between structural members – steel body and bolts with adequate degree of safety. The load-carrying mechanism of bolted shear connections is complex and analytical methods for predicting the shear resistance are not applicable. The characteristic resistance of steel shear connection was obtained as minimum of two variables: bolts resistance and steel body resistance. Probability functions of this minima were defined and described in this paper. Laboratory tests provide the only practicable basis for specifying safety margins for ultimate strength connections. The determination of partial safety factors within shear connections was presented according to EN1990. In this paper, the results of laboratory tests of strength, modulus of elasticity characteristics in fire temperatures (300°C , 400°C , 500°C , 600°C) for two kinds of steel (S235JR, S355JR) and for two kinds of shapes (rolled cross sections) were presented. In order to create probability function of strength characteristics and consequently probability function of failure in fire temperatures the basic question to check is which variation parameter (variance or coefficient of variation) is constant in fire temperatures. The Bartlett's statistic "b" to verify hypothesis which is asymptotically convergent to chi-squared distribution was applied.

Keywords: bolted connection, reliability, fire safety

DOI: 10.7862/rb.2013.15

Przesłano do redakcji: w maju 2013 r.

Przyjęto do druku: w lipcu 2013 r.