

Ryszarda IWANEJKO, Jarosław BAJER¹

ROZWAŻANIA O WYBRANYCH METODACH WYZNACZANIA NIEZAWODNOŚCI SYSTEMU KANALIZACJI GRAWITACYJNEJ

Systemy kanalizacyjne są ważnymi obiektami infrastruktury miejskiej. Obecnie są przebudowywane i rozbudowywane, nadal jednak zawierają dużo obiektów bardzo wyeksploatowanych, co rzutuje na ich stan techniczny i niezawodność. Badania eksploatacyjne systemów kanalizacyjnych i metod szacowania ich niezawodności były dotychczas prowadzone w różnych ośrodkach naukowych w dość szerokim zakresie, jednak wobec potrzeby ciągłego ich doskonalenia i rozwijania powinny być nadal kontynuowane. Jedną z podstawowych miar dobrze charakteryzujących niezawodność kanalizacji jest uogólniony wskaźnik niezawodności K_u oparty na średniej ilości nieodprowadzonych ścieków EN. Wartość miary EN wyznacza się za pomocą metod przeglądu stanów pracy systemu. Jeśli uwzględnia się wszystkie możliwe stany elementarne systemu, to ogromnym nakładem pracy uzyskuje się wynik dokładny. Jeśli ogranicza się liczbę stanów, to uzyskuje się wynik obciążony błędem. W praktyce błąd metody jest nieznan. Inną możliwością jest wyznaczanie tych miar za pomocą symulacyjnej metody Monte-Carlo. Uzyskane z symulacji wyniki na mocy prawa wielkich liczb pozwalają na wyznaczenie punktowych i przedziałowych estymatorów szacowanych miar. W pracy przedstawiono podstawy matematyczne metody Monte-Carlo i metod przeglądu oraz zaprezentowano ich zastosowanie do wyznaczania EN i K_u dla prostej sieci kanalizacji grawitacyjnej. W pracy przeanalizowano praktyczne aspekty stosowania wymienionych metod szacowania tych miar połączone z oceną ich dokładności i pracochłonności. Przeprowadzone analizy będą przydatne w poszukiwaniu nowej metody: dokładnej, prostej i szybkiej.

Słowa kluczowe: miary niezawodności, metoda Monte-Carlo, metody przeglądu, uszkodzenia, kanalizacja grawitacyjna

1. Wprowadzenie

¹ Jarosław Bajer, Politechnika Krakowska

Systemy kanalizacyjne (SK) są obok systemów wodociągowych (SW), gazowniczych i ciepłowniczych strategicznymi systemami infrastruktury miejskiej. Badania niezawodności i bezpieczeństwa SK zostały zapoczątkowane znacznie później niż badania pozostałych systemów. Podstawową różnicą między systemami wodociągowymi i kanalizacyjnymi jest czas ujawniania się awarii. Awarie w systemach zaopatrzenia w wodę ze względu na ciśnieniowy charakter ich pracy są wykrywane bardzo szybko. Podobnie szybko ujawniają się awarie w kanalizacji niekonwencjonalnej, natomiast w systemach kanalizacji konwencjonalnej awarie mogą pozostawać niewykryte przez długi czas. Ponadto uszkodzenia systemów kanalizacyjnych mają swoje skutki nie tylko dla mieszkańców, lecz przede wszystkim dla środowiska naturalnego (np. zanieczyszczenie gruntu i powierzchni terenu, a czasami wód podziemnych, zalewanie obiektów podziemnej infrastruktury miejskiej, podtapianie fundamentów budynków czy też katastrofy kanalizacyjne). Systemy kanalizacji ogólnospławnej wykazują też większą zależność od natury (podczas ulewnych deszczy natężenie przepływu jest nawet kilkaset razy większe od natężenia przepływu ścieków bytowo-gospodarczych). Dodatkowo uszczelnianie powierzchni uniemożliwiająca infiltrację wody do gruntu powoduje lokalne podtopienia i wybijanie studzienek kanalizacyjnych. Specyficznymi cechami kanalizacji są: jej „drzewiasta” struktura, wielostanowość oraz konieczność ciągłej pracy przy zmiennych obciążeniach [9]. Wspomniana specyfika SK wymaga odpowiedniego doboru miar (wskaźników) niezawodności oraz metod szacowania ich wartości.

Dla obiektów wodociągowych i kanalizacyjnych oprócz typowych miar niezawodności stosowanych dla innych systemów technicznych (T_p – średniego czasu pracy między awariami, T_n – średniego czasu naprawy, K – stacjonarnego współczynnika gotowości) stosuje się często miarę uwzględniającą specyfikę ich pracy. Jest to tzw. uogólniony wskaźnik niezawodności K_u , wprowadzony do analiz niezawodności tych obiektów przez A. Wieczystego [19]. Do wyznaczenia wartości tej i innych miar niezawodności można stosować różne metody, w tym:

- analityczne (np. metody przeglądu, wzory analityczne, metodę minimalnych przekrojów niesprawności),
- stochastyczne (np. oparte na procesach Markowa (m.in. metoda grafów)),
- symulacyjne (np. Monte-Carlo),
- statystyczne.

W literaturze można znaleźć podstawy teoretyczne tych metod oraz ich praktyczne zastosowanie do analizy niezawodności systemów kanalizacyjnych [1, 5-7, 8-17]. Jak dotąd nie dokonano jednak oszacowania ich dokładności i pracochłonności, w tym metod stosowanych do wyznaczenia wartości miary K_u , co skłoniło autorów do zajęcia się tą problematyką. W niniejszej pracy analizie poddano przede wszystkim ocenę miary K_u wyznaczonej za pomocą metod przeglądu i metody Monte-Carlo.

2. Uogólniony wskaźnik niezawodności

Jak już wspomniano, jedną z podstawowych miar dobrze opisującą z punktu widzenia niezawodności działanie systemu kanalizacyjnego jest uogólniony wskaźnik niezawodności K_u wyrażony wzorem:

$$K_u = 1 - \frac{EN}{Q_w} \quad (1)$$

gdzie: EN – średnia ilość nieodprowadzonych ścieków (w wodociągach – średni niedobór dostarczanej wody), Q_w – ilość ścieków, którą należy odprowadzić z danego terenu.

Średnią ilość nieodprowadzonych ścieków, umownie nazywaną dalej też średnim niedoborem (tutaj niedobór ilości nieodprowadzonych ścieków), tradycyjnie wyznacza się za pomocą metod przeglądu jako wartość oczekiwaną ilości ścieków nieodprowadzonych w poszczególnych stanach systemu:

$$EN = \sum_{i \in E0} N_i \cdot P_i \quad (2)$$

gdzie: i – numer stanu elementarnego systemu, P_i – prawdopodobieństwo zajścia tego stanu, N_i – ilość ścieków nieodprowadzonych w tym stanie, $E0$ – zbiór stanów niesprawności.

Dla podstawowego przypadku przyjmuje się $Q_w = Q_n$ (gdzie Q_n – nominalna ilość ścieków, na którą projektuje się system kanalizacyjny), choć czasem w uzasadnionych przypadkach rozważa się sytuacje np. $Q_w = 0,8Q_n$. W przypadku gdy nie uwzględnia się wszystkich stanów elementarnych, średni niedobór należałoby raczej wyznaczać, równoważąc prawdopodobieństwa uwzględnianych stanów jako:

$$EN = \left(\sum N_i \cdot P_i \right) : \left(\sum P_i \right) \quad (3)$$

co prowadzi do uzyskania trochę dokładniejszych wyników EN . Stosowanie wzoru (3) nie jest powszechne, więc w dalszej części średni niedobór wyznacza się za pomocą wzoru (2).

Inną możliwością wyznaczenia objętości nieodprowadzonych ścieków EN jest zastosowanie tzw. metody dekompozycji i ekwiwalentowania [11]. W metodzie tej dokonuje się stopniowego wydzielenia fragmentów sieci w kształcie litery „Y” i ich zamiany na równoważny fikcyjny kanał. Dla każdego fragmentu „Y”, tj. dla trzech odcinków, uwzględnia się możliwość zajścia co najwyżej jed-

nego uszkodzenia. Takie uproszczenie może być przyczyną uzyskania niedokładnych wyników, co trudno ocenić, gdyż w metodzie tej nie szacuje się możliwego błędu.

3. Stosowanie metod przeglądu w praktyce

Wyróżnia się dwie metody przeglądu: zupełny (MPZ) i częściowy (MPCz). Metody te różnią się pracochłonnością i dokładnością obliczeń. Pierwsza z nich MPZ uwzględnia wszystkie stany elementarne systemu w liczbie $I(\text{MPZ}) = 2^n$, gdzie n – liczba uwzględnianych elementów systemu. Jest metodą dokładną, choć pracochłonną. W praktyce, prowadząc ręczne obliczenia, metodę najczęściej stosuje się dla $n \leq 4$. MPCz uwzględnia jedynie najbardziej prawdopodobne stany systemu, co oznacza, że analizę ogranicza się do stanów z maksymalną liczbą równoczesnych uszkodzeń k_{\max} . Liczbę uwzględnianych stanów elemen-

tarnych określa się wówczas jako $I(\text{MPCz}) = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{k_{\max}}$. Wyniki

uzyskane za pomocą MPCz w dalszej części oznaczano przez $K(\text{MPCz})$, $K_u(\text{MPCz})$ i $EN(\text{MPCz})$. MPCz jest metodą przybliżoną, co z kolei oznacza konieczność oszacowania popełnianego błędu ε . Analizę dokładności metod teorii niezawodności przeprowadzono w pracach [3, 4]. Dla dokładnych wartości K i K_u uzyskano następujące oszacowania:

$$K(\text{MPCz}) \leq K \leq K(\text{MPCz}) + \varepsilon \quad (4)$$

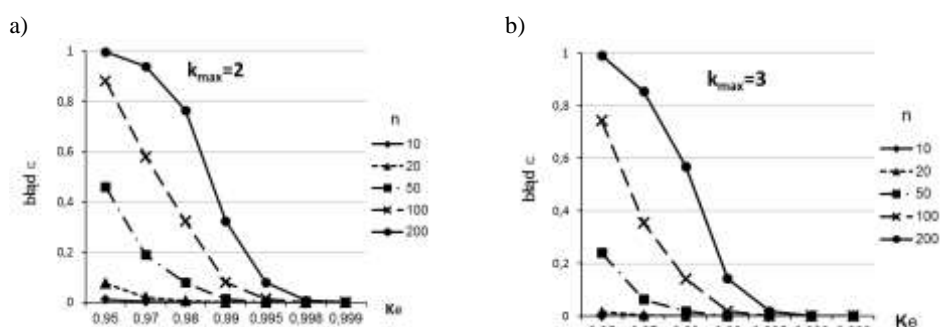
oraz

$$K_u(\text{MPCz}) - \varepsilon \leq K_u \leq K_u(\text{MPCz}) \quad (5)$$

gdzie błąd metody jest prawdopodobieństwem zajścia stanów pomijanych i wynosi $\varepsilon = P(k > k_{\max})$ lub równoważnie $\varepsilon = 1 - P(k \leq k_{\max})$. Błąd ε jest maksymalnym możliwym błędem. Przy wyznaczaniu K_u zostanie on osiągnięty w najbardziej niekorzystnym przypadku, gdy wszystkie pomijane stany niezawodnościowe systemu będą stanami niesprawności, w których zostanie osiągnięty maksymalny niedobór równy $N_i = Q_w$. W rzeczywistości wielkość niedoboru N_i , który realizuje się w i -tym stanie elementarnym systemu, zależy od struktury systemu oraz parametrów technicznych i technologicznych jego poszczególnych elementów. Natomiast wielkość błędu ε jest niezależna od struktury systemu, zależy od liczby elementów systemu oraz liczby ich równoczesnych uszkodzeń k_{\max} . W przypadku uznania, że oszacowany błąd ε jest zbyt duży należy zwiększyć liczbę uwzględnianych stanów poprzez zwiększenie liczby równoczesnych

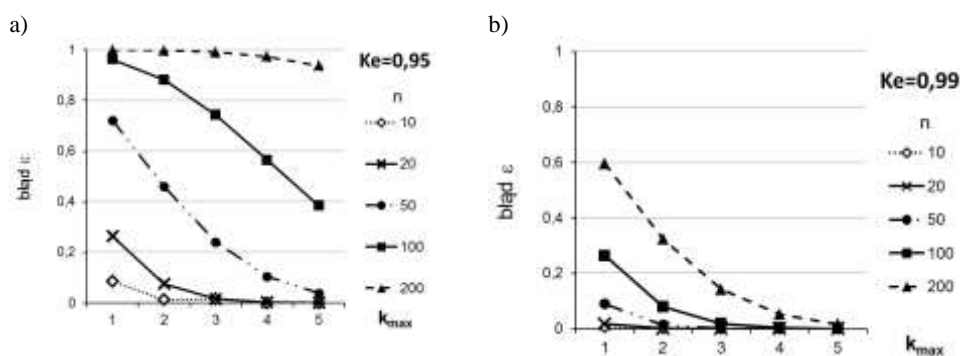
uszkodzeń k_{\max} . W ten sposób w MPCz umożliwia się sterowanie dokładnością wyników.

Dalej przeanalizowano wartość maksymalnego błędu ε . Do analizy przyjęto najprostszy przypadek, gdy wszystkie uwzględniane elementy e są jednorodne, tzn. $K_1 = K_2 = \dots = K_n = K_e$. Badano przypadki, gdy K_e przyjmowało wybrane wartości z zakresu od 0,95 do 0,999. Wariantowano również liczbę elementów i przyjmowano $n = 10, 20, 50, 100$ i 200 . Wielkości błędów ε w zależności od wartości K_e dla $k_{\max} = 2$ i $k_{\max} = 3$ oraz różnej liczby elementów n przedstawiono na rys. 1., zmiany wielkości tych błędów w zależności od wartości k_{\max} określonych dla różnej liczby elementów i przyjętych wartości K_e (0,95 i 0,99) zaś na rys. 2.



Rys. 1. Błędy ε dla maksymalnej liczby równoczesnych uszkodzeń: a) $k_{\max} = 2$, b) $k_{\max} = 3$

Fig. 1. ε -errors for the maximum number of simultaneous failures: a) $k_{\max} = 2$, b) $k_{\max} = 3$



Rys. 2. Błędy ε dla przypadków: a) $K_e = 0,95$, b) $K_e = 0,99$

Fig. 2. ε -errors for: a) $K_e = 0,95$, b) $K_e = 0,99$

Jak widać na rys. 1. i 2., wraz ze wzrostem liczby elementów systemu n niezależnie od niezawodności elementów K_e wzrasta również błąd ε , przy czym

im większe jest K_e , tym błąd jest mniejszy. Ponadto dla systemów większych (np. $n = 50$) i przy elementach, które nie są wysoce niezawodne, błąd dla $k_{\max} = 2$ może się okazać jeszcze zbyt duży (np. dla $K_e = 0,98$ błąd ε wynosi 0,0784), wówczas byłoby wskazane zwiększenie dokładności metody i uwzględnienie stanów z liczbą uszkodzeń $k_{\max} = 3$. To oznaczałoby konieczność uwzględnienia

dodatkowo $\binom{50}{3} = 1960$ stanów elementarnych systemu. W rezultacie błąd zma-

łałby do wartości $\varepsilon = 0,0178$ (rys. 1.). Dla systemów dużych, złożonych ze „średnio” niezawodnych elementów (np. $n = 50$, $K_e = 0,95$), nawet dla $k_{\max} = 3$, czyli dla dużej liczby uwzględnianych stanów elementarnych uzyskuje się błąd $\varepsilon = 0,2396$ (rys. 2.). Możliwy do akceptacji błąd $\varepsilon = 0,0378$ uzyskaliby się dopiero dla $k_{\max} = 5$, co oznaczałoby konieczność uwzględnienia łącznie

$\sum_{k=0}^5 \binom{50}{k} = 2\,139\,587$ stanów elementarnych systemu. Przy tradycyjnym prowa-

dzeniu obliczeń taki scenariusz jest nie do przyjęcia. Ręczne wypisywanie dodatkowych stanów elementarnych byłoby uciążliwe, a nawet przy dużej uwadze, dokładności i staranności osoby przeprowadzającej obliczenia popełnienie błędu byłoby wysoce prawdopodobne. Procedurę można zautomatyzować, lecz wiązałyby się to z dodatkowym czasem i kosztami. W praktyce wielu autorów stosuje MPCz dla $k \leq 2$, zaznaczając jedynie, że wynik jest przybliżony i stwierdzając, że prawdopodobieństwo pomijanych członów jest zanedbywalnie małe (notabene bez dokonania oszacowania możliwego popełnianego błędu).

4. Metoda symulacyjna Monte-Carlo

W celu uzyskania dokładniejszych wartości EN oraz K_u rozważano możliwość zastosowania symulacji komputerowej. Procedurę symulacyjną napisano w języku VBA w aplikacji EXCEL. Podstawowymi danymi przyjętymi w symulacji były: liczba elementów systemu n i wartości niezawodności poszczególnych elementów systemu (K_1, K_2, \dots, K_n).

Aby móc wnioskować o przydatności metody M-C, należy losowo wygenerować $I(M-C)$ stanów elementarnych systemu. Taki zbiór $I(M-C)$ symulowanych stanów nazywano dalej jednym przebiegiem symulacji. Liczbę symulacji w jednym przebiegu przyjmowano kolejno: $I(M-C) = 100, 500, 1000, 5000$ i 10000 .

Wyniki każdej symulacji są punktowymi estymatorami dokładnych wartości K oraz K_u . Dla każdego przebiegu symulacyjnego przy ustalonych K_e oraz $I(M-C)$ uzyskuje się losowe przybliżenia dokładnych wartości miar oraz informacje dodatkowe np. o liczbie wygenerowanych stanów z liczbą równocześnie uszkodzonych elementów $k = 0, 1, \dots, 5$. Przeprowadzając m niezależnych przebiegów symulacji, otrzymano $K(M-C;1) \dots K(M-C;2)$ oraz $K_u(M-C;1) \dots$

$K_u(M-C;m)$. Przyjmując do dalszych analiz wartości uśrednione (z m przebiegów symulacji)

$$K(M-C) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m K(M-C; j) \quad (6)$$

oraz

$$K_u(M-C) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m K_u(M-C; j) \quad (7)$$

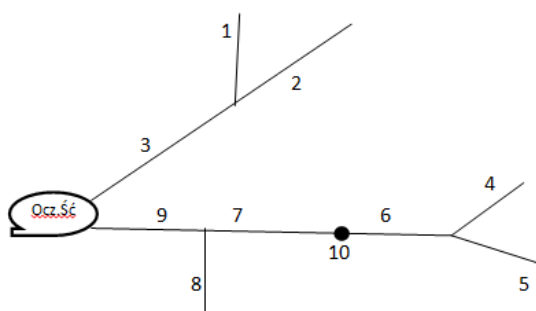
zgodnie w prawem wielkich liczb Chinczyna [2], zwiększa się dokładność wyników końcowych.

5. Przykłady obliczeniowe

Przydatność stosowania w praktyce przedstawionych metod M-C i MPCz oceniono, przeprowadzając obliczenia testowe dla dwóch rodzajów kanalizacji, tj. dla kanalizacji grawitacyjnej i podciśnieniowej. W niniejszej pracy zaprezentowano przebieg obliczeń i analizę ich wyników dla systemu kanalizacji grawitacyjnej, natomiast w części 2. [6] – dla systemu kanalizacji podciśnieniowej. W pracy [6] zamieszczono także wnioski końcowe i podsumowanie dotyczące podjętej tematyki. Opierając się na wynikach analiz błędów MPCz (pkt 3.), do każdego z systemów zastosowano najpierw bardziej obiecującą symulacyjną metodę Monte-Carlo, a dopiero później MPCz. Jest oczywiste, że proces wyznaczania miar niezawodności, najpierw EN, a później K_u , w obu przypadkach jest podobny. Jediną różnicą jest sposób wyznaczania niedoborów N_i dla poszczególnych stanów niezawodnościowych systemów. W przypadku kanalizacji podciśnieniowej, gdzie niesprawność dowolnego przykanalika, węzła opróżniającego (studzienka z zaworem opróżniającym) czy też podłączeniowego rurociągu podciśnieniowego skutkuje niedoborem równym ilości wytwarzanych ścieków przez podłączony obiekt, a niesprawność elementów głównych (zbiorczy rurociąg podciśnieniowy, stacja próżniowo-pompowa) powoduje niesprawność całego systemu, wyznaczanie N_i jest prostsze. Natomiast w przypadku kanalizacji grawitacyjnej niedobory N_i są równe albo dopływom z powierzchni cząstkowych (w przypadku awarii zbieraczy), albo sumie dopływów do kanałów leżących powyżej kanału uszkodzonego i dopływu do kanału uszkodzonego (w przypadku awarii kanałów zbiorczych – kolektorów). Jednak sposób wyznaczania N_i nie powinien mieć wpływu na słuszność wniosków końcowych. Dlatego dla tych dwóch przypadków nie zamieszczano rezultatów takich samych analiz (choć je przeprowadzono), lecz przedstawiono różne uzupełniające się typy analiz. Więcej uwagi poświęcono kanalizacji grawitacyjnej, gdyż ten rodzaj kanalizacji jest najczęściej spotykany.

6. Przykład systemu kanalizacji grawitacyjnej

Obliczenia prowadzono dla uproszczonej sieci kanalizacyjnej grawitacyjnej (rys. 3.), w której oprócz 9 kanałów uwzględniono jedną lokalną przepompownię ścieków. Objętości ścieków dopływające do poszczególnych kanałów z cząstkowych powierzchni zlewni zestawiono w tab. 1.



Rys. 3. Uproszczony schemat grawitacyjnego systemu kanalizacyjnego: 1-9 – kanały, 10 – lokalna przepompownia ścieków

Fig. 3. Simplified diagram of a gravity sewer: 1-9 – sewers, 10 – local pump station

Tabela 1. Dopływy ścieków do kanałów Q_i [% Q_n] z odpowiadających im cząstkowych powierzchni zlewni

Table 1. Discharges to sewers Q_i [% Q_n] from assigned parts of the catchment area

Numer kanału	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\sum Q_i$ [% Q_n]
Q_i [% Q_n]	10	7	13	5	12	10	30	6	7	100

Założono przypadek, gdy uszkodzenia kanałów następują w ich dolnych węzłach. Jako kryterium sprawności sieci kanalizacyjnej przyjęto niedobór $N = 0$, czyli $Q_w = Q_n$. Dla przyjętego w ten sposób kryterium dokładną wartość niezawodności systemu (tj. stacjonarnego współczynnika gotowości) można wyznaczyć w sposób analityczny jako:

$$K = \prod_{i=1}^n K_i \quad (8)$$

gdzie: K_i – niezawodność i -tego elementu systemu, n – liczba uwzględnianych elementów systemu.

Ta dokładna wartość K może posłużyć do oceny skuteczności symulacyjnej metody Monte-Carlo (M-C). Do analizy przyjęto przypadek, gdy niezawodności wszystkich elementów były takie same, tj. równe K_e . W czasie obliczeń wariantowano wartość K_e i przyjmowano $K_e = 0,90; 0,95; 0,99$ i $0,995$.

7. Symulacje Monte-Carlo

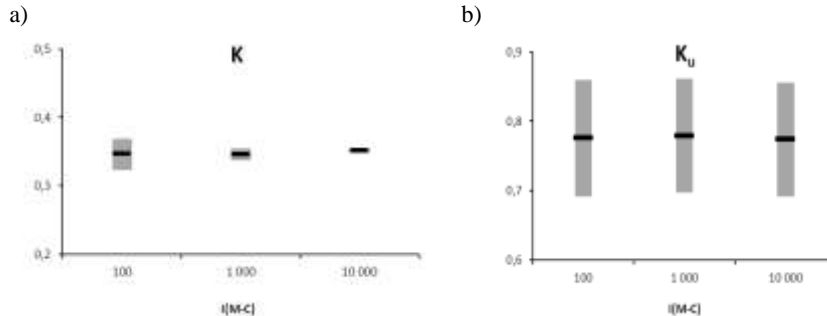
W czasie symulacji stanów SK na dwóch etapach stosowano metodę odwracania dystrybuanty [20]: najpierw przy generowaniu liczby równoczesnych uszkodzeń k , a później przy wyznaczaniu numerów uszkodzonych elementów. W tabeli 2. zestawiono uśrednione (dla $m = 10$) wartości $K(M-C)$ oraz $K_u(M-C)$.

Tabela 2. Wybrane wyniki uzyskane z symulacji Monte-Carlo: uśrednione wartości $K(M-C)$ oraz $K_u(M-C)$ dla przypadków różnej niezawodności elementów K_e i różnej liczby symulacji $I(M-C)$

Table 2. Monte-Carlo simulation results: the average values of $K(M-C)$ and $K_u(M-C)$ for different reliability of K_e elements and a different number of $I(M-C)$ simulations

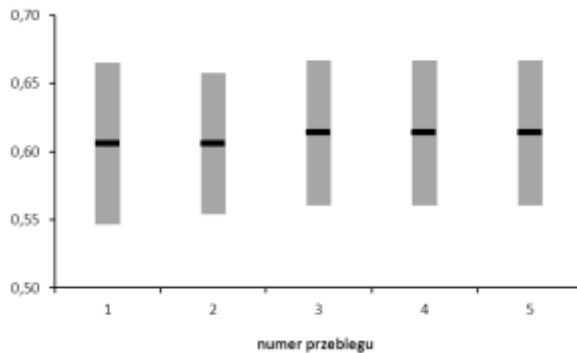
I(M-C)	K(M-C) K _u (M-C)			
	K _e = 0,9	K _e = 0,95	K _e = 0,99	K _e = 0,995
100	0,35163	0,60690	0,89718	0,94600
	0,77902	0,88615	0,97804	0,98941
1 000	0,34590	0,60570	0,90690	0,94882
	0,77645	0,88340	0,97674	0,98780
10 000	0,34600	0,60216	0,90200	0,95100
	0,77404	0,88323	0,97495	0,98774
Dokładna wartość K	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111

Spełnienie założeń twierdzenia Linderberga-Levy'ego oznacza, że średnie z próby (tu: średnie z wielu przebiegów symulacji $K(M-C)$ oraz $K_u(M-C)$) będą miały w przybliżeniu rozkład normalny [20], to zaś uzasadnia wyznaczanie przedziałów ufności dla wielkości K oraz K_u . Analizując uzyskane wyniki, stwierdzono, że szerokości przedziałów ufności dla miary K (wyznaczone dla tych samych poziomów ufności $1-\alpha = 0,95$) szybko maleją przy wzroście liczby generowanych stanów $I(M-C)$. Przedziały ufności zostały wyznaczone za pomocą ogólnie znanych i stosowanych wzorów [2, 18], których ze względu na ograniczoną objętość pracy nie przytaczano. Niestety nie można tego powiedzieć o przedziałach ufności dla miary K_u (na obu wykresach na rys. 4., 5. w celach porównawczych celowo zachowano tę samą skalę na osi pionowej). Ponadto przy wzroście liczby symulacji $I(M-C)$ uśrednione wartości $K(M-C)$ są zbieżne do wartości dokładnej K .



Rys. 4. Przedziały ufności i wartości średnie dla miar: a) K, b) K_u dla przypadku $K_e = 0,95$ przy różnej liczbie symulacji $I(M-C)$

Fig. 4. Confidence intervals and the average values for K (a) and K_u (b) measures, $K_e = 0,95$ and a different number of $I(M-C)$ simulations



Rys. 5. Przedziały ufności i średnie dla miary K_u dla $K_e = 0,95$ przy liczbie symulacji $I(M-C) = 1000$

Fig. 5. Confidence intervals and the average values of K_u , $K_e = 0,95$, $I(M-C)$ simulations = 1000

Można zatem przypuszczać, że jeśli przy wzroście $I(M-C)$ wartości $K(M-C)$ są zbieżne do dokładnej wartości K , to również wartości $K_u(M-C)$ powinny być zbieżne do nieznanej, dokładnej wartości K_u . Jednak niepokój budziły generowane stany niesprawności ($k > 1$). Podstawą wyznaczania miary K_u są właśnie stany niesprawności, niektóre z nich charakteryzują się małym prawdopodobieństwami zajścia, lecz za to wysokimi niedoborami. Podczas symulacji niektóre stany nie były w ogóle generowane, a inne były generowane kilkakrotnie. Dlatego podjęto kolejną próbę wyznaczenia miary K_u za pomocą sterowanej metody przeglądu, co pozwoliłoby na sprawdzenie przydatności metody M-C do wyznaczenia miary K_u .

8. Sterowanie dokładnością obliczeń w metodzie przeglądu

W języku VBA napisano procedurę, która umożliwi przeprowadzenie wystarczająco dokładnych obliczeń za pomocą MPCz. Procedura generuje tylko te elementarne stany niezawodnościowe systemu złożonego z n elementów, w których uszkodzonych jest co najwyżej k_{\max} elementów. W programie przyjęto realne ograniczenia: $n \leq 30$ oraz $k_{\max} \leq n$. Za pomocą procedury możliwe jest wygenerowanie wszystkich stanów elementarnych, wówczas metoda staje się MPZ. Jednak w praktyce (poza testowaniem programu) dla dużej liczby elementów n nie zaleca się stosować $k_{\max} = n$. W wyniku działania procedury uzyskuje się wartości $K(\text{MPCz})$, $K_u(\text{MPCz})$ oraz błąd ε .

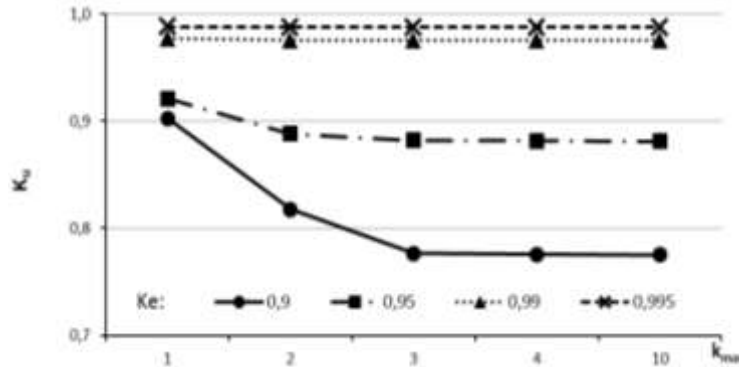
Tabela 3. Wartości K , K_u oraz maksymalny błąd ε dla $n = 50$ uzyskane za pomocą MPCz i MPZ

Table 3. K , K_u and the maximum error ε for $n = 50$; the values obtained with MPCz and MPZ

k_{\max}	Wartości	K_e			
		0,9	0,95	0,99	0,995
1	$K(\text{MPCz})$	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111
	$K_u(\text{MPCz})$	0,90276	0,92090	0,97707	0,98800
	ε	0,26390	0,08614	0,00427	0,00110
2	$K(\text{MPCz})$	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111
	$K_u(\text{MPCz})$	0,81770	0,88813	0,97525	0,98753
	ε	0,07019	0,01150	0,00011	0,00001
3	$K(\text{MPCz})$	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111
	$K_u(\text{MPCz})$	0,78430	0,88204	0,97518	0,98752
	ε	0,01280	0,00103	0,00000	0,00000
4	$K(\text{MPCz})$	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111
	$K_u(\text{MPCz})$	0,77658	0,88137	0,97518	0,98752
	ε	0,00163	6,4E-05	2,4E-08	7,7E-10
...					
10	K	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111
	K_u	0,77529	0,88132	0,97518	0,98752
	ε	0	0	0	0

Przeprowadzono obliczenia m.in. dla przypadków (tab. 3., rys. 6.):

- $k_{\max} = 1, 2, 3, 4$, co oznaczało zastosowanie MPCz i uzyskanie wyników przybliżonych obciążonych błędem,
- $k_{\max} = n$, co oznaczało zastosowanie MPZ i uzyskanie wyników dokładnych.



Rys. 6. Tempo zbieżności wartości $K_u(\text{MPCz})$ do wartości dokładnej K_u dla $n = 50$ elementów o różnej niezawodności K_e

Fig. 6. Rate of convergence of $K_u(\text{MPCz})$ to the accurate K_u value for elements ($n = 50$) of a different reliability K_e

Należy jeszcze raz podkreślić, że błąd ε szacowany przez prawdopodobieństwa stanów pomijanych w MPCz jest możliwym maksymalnym błędem. Przykładowo, dla $K_e = 0,9$ oraz $k \leq 2$ uzyskano $\varepsilon = 0,07019$. Rzeczywisty błąd, oznaczany tutaj przez Δ , jest jednak mniejszy. Dla miary K uzyskano $\Delta K(\text{MPCz}) = K(\text{MPCz}) - K = 0$ (przy przyjętym kryterium sprawności sieci $Q_w = Q_n$ tylko stan dla $k = 0$ jest stanem sprawności i dlatego wartości $K(\text{MPCz})$ są dokładne). Dla miary K_u uzyskano $\Delta K_u(\text{MPCz}) = K_u(\text{MPCz}) - K_u = 0,04241$, czyli prawie 0,6 maksymalnego błędu teoretycznego ε . Jednak taka ocena typu ex post przy normalnym stosowaniu MPCz nie jest możliwa.

Analizując uzyskane wyniki, stwierdzono, że (tab. 3., rys. 6.):

- 1) gdy wszystkie elementy charakteryzują się wysoką niezawodnością (np. $K_e \geq 0,99$), wystarczająco mały błąd $\varepsilon \leq 0,00011$ uzyskuje się dla MPCz przy $k = 2$,
- 2) gdy wszystkie elementy charakteryzują się średnią niezawodnością (np. $K_e = 0,95$), to dla MPCz i $k_{max} \leq 2$ błąd ε jest średni (jest rzędu 0,0115),
- 3) gdy elementy nie charakteryzują się wysoką niezawodnością (np. $K_e = 0,9$), to dla MPCz i $k_{max} \leq 2$ maksymalny możliwy błąd ε może być nadal uważany za znaczący (ε jest rzędu 0,07019),
- 4) pomimo znacznych wartości błędu ε metody wynikającego z pomijania stanów w MPCz niezależnie od k_{max} i K_e wyznaczone wartości miary $K(\text{MPCz})$ bardzo niewiele różnią się od wartości dokładnej, natomiast wartości miary $K_u(\text{MPCz})$ nie wykazują tej cechy – tempo zbieżności $K_u(\text{MPCz})$ istotnie zależy od niezawodności elementów systemu K_e oraz od uwzględnianej liczby równoczesnych uszkodzeń k .

9. Ocena wyników uzyskanych za pomocą M-C i MPZ

Dysponując dokładnymi wartościami K oraz K_u , dodatkowo dokonano ich porównania z wartościami $K(M-C)$ i $K_u(M-C)$ uzyskanymi za pomocą symulacyjnej metody M-C (tab. 4.). Dla każdej z tych miar wyznaczono błąd metody $\Delta K(M-C) = K(M-C) - K$ oraz $\Delta K_u(M-C) = K_u(M-C) - K_u$. Oczywiście jest, że warunkiem wyznaczenia tych błędów jest znajomość dokładnych wartości K oraz K_u – jest to więc błąd typu ex post.

Tabela 4. Dokładne wartości K oraz K_u uzyskane za pomocą MPZ oraz bezwzględne błędy Δ metody M-C dla wyników uzyskanych z symulacji przy $I(M-C) = 10000$

Table 4. Accurate values of K and K_u obtained from MPZ and absolute errors Δ of the M-C method for the simulation results ($I(M-C) = 10000$)

Dokładne wartości miary, błąd metody	K_e			
	0,9	0,95	0,99	0,995
K	0,34868	0,59874	0,90438	0,95111
$\Delta K(M-C)$	-0,003	0,007	-0,002	-0,005
K_u	0,77529	0,88132	0,97518	0,98752
$\Delta K_u(M-C)$	0,001	0,002	0,002	0,000

Błąd metody M-C przy $I(M-C) = 10\ 000$ dla elementów, dla których $K_e \leq 0,9$ może być porównywany z błędem MPCz przy $k_{\max} = 4$.

10. Podsumowanie

Rzeczywiste systemy kanalizacyjne składają się z wielu elementów, które należy uwzględnić w analizach niezawodnościowych. W dużej części są to obiekty pracujące wiele dziesiątków lat o niezadowalającym stanie technicznym, a co za tym idzie o nienajlepszych parametrach niezawodnościowych. W pracy przedstawiono metody, za pomocą których można wyznaczyć podstawowe parametry niezawodności systemu kanalizacyjnego. Taką miarą jest średnia ilość nieodprowadzonych ścieków EN oraz uogólniony wskaźnik niezawodności K_u , który jest interpretowany jako stopień spełniania wymagań przez system. Przeprowadzono obliczenia dla prostego systemu kanalizacji grawitacyjnej.

Tradycyjnie, przy co najmniej pięciu elementach do wyznaczenia EN i K_u wykorzystano metodę przeglądu częściowego. W przypadku gdy niezawodność elementów była na realnym poziomie $K_e = 0,9$, stwierdzono, że zadowalającą dokładność wyniku uzyskano z uwzględnieniem do $k = 4$ równoczesnych uszkodzeń w systemie. W praktyce obliczenia przeprowadza się zazwyczaj dla $k \leq 2$. Istnieje zatem możliwość uzyskania wyniku obciążonego potencjalnie

dużym, nieznanym i nieszacowanym błędem. Obiecująca symulacyjna metoda Monte-Carlo nie dała zadowalających rezultatów. Wprawdzie uzyskano dużą dokładność dla stacjonarnego współczynnika gotowości systemu K , to jednak inne uwzględniające specyfikę systemu miary (tj. EN , K_u) były obarczone bardzo dużym błędem. Przyczyną może być fakt, że podstawą ich wyznaczania są mało prawdopodobne stany niesprawności systemu. Duży błąd oznacza, że uzyskane wyniki będą nieprzydatne przy podejmowaniu ważnych decyzji dotyczących systemu. Podstawą oceny dokładności obu metod były wyniki uzyskane za pomocą dokładnej metody przeglądu zupełnego, w której stany elementarne systemu wygenerowano automatycznie.

Literatura

- [1] Bajer J., Iwanejko I., Kapcia J.: Niezawodność systemów wodociągowych i kanalizacyjnych w zadaniach. Podręcznik dla studentów wyższych szkół technicznych. Wydaw. Politechniki Krakowskiej, Kraków 2006.
- [2] Bobrowski D.: Probabilistyka w zastosowaniach technicznych. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1980.
- [3] Iwanejko R.: Accuracy of reliability measures of water supply and sewage facilities. Scientific problems of machines operation and maintenance. Polish Academy of Sciences, no. 1(157), vol. 44, 2009.
- [4] Iwanejko R.: Analiza błędów metod wyznaczania miar niezawodności obiektów komunalnych na przykładzie systemu zaopatrzenia w wodę. Czasopismo Techniczne PK, nr 3-Ś/2009.
- [5] Iwanejko R.: O praktycznym sposobie dokonania dwuparametrycznej oceny niezawodności systemu za pomocą metody przeglądu. Czasopismo Techniczne PK, z. 8-Ś/2002.
- [6] Iwanejko R., Bajer J.: Rozważania o wybranych metodach wyznaczania niezawodności systemu kanalizacji podciśnieniowej. Journal of Civil Engineering Environment and Architecture, z. 62, no. 1/15, s. 125-136.
- [7] Iwanejko R., Lubowiecka T., Rykała Ł.: Zastosowanie metody Monte-Carlo do oceny niezawodności obiektów wodociągowych. Mat. II Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Technicznej „Aktualne zagadnienia w uzdatnianiu i dystrybucji wody”, Szczyrk 2003.
- [8] Kapcia J., Lubowiecka T.: Aplikacja metody drzewa uszkodzeń do oceny niezawodności podsystemu usuwania ścieków. Czasopismo Techniczne PK, z. 8-Ś, 2002.
- [9] Kapcia J., Lubowiecka T.: Metoda oceny niezawodności funkcjonowania kanalizacji ciśnieniowej. Czasopismo Techniczne PK, z. 7-Ś, 2003.
- [10] Królikowska J.: Niezawodność funkcjonowania i bezpieczeństwa sieci kanalizacyjnej. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Monografia 382, seria: Inżynieria Środowiska, Kraków 2010.
- [11] Królikowska J.: Przegląd metod do oceny niezawodności działania sieci kanalizacyjnej. VI Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna „Praktyczne funkcjonowanie przedsiębiorstw wodociągowo-kanalizacyjnych w warunkach rosnących wymagań ekologicznych, ekonomicznych i społecznych”, Szczyrk 2013.

- [12] Królikowska J., Królikowski A.: Analiza porównawcza metod oceny niezawodności systemów usuwania i unieszkodliwiania ścieków. *INSTAL*, nr 10/2008, s. 74-77.
- [13] Królikowska J., Królikowski A.: Dwuparametryczna ocena niezawodności podsystemu sieci kanalizacyjnej za pomocą MP+F. *Mat. VIII Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej „Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód”*, Wydaw. PZITS Poznań, Poznań-Gniezno 2008.
- [14] Królikowska J., Królikowski A.: Wybór metody do oceny niezawodności sieci kanalizacyjnej jako systemów złożonych. *Mat. VI Zjazdu Kanalizatorów Polskich „POLKAN’07”*. Monografia Komitetu Inżynierii Środowiska Polskiej Akademii Nauk, vol. 46, Łódź 2007.
- [15] Kwietniewski M., Roman M., Kłos-Trębaczkiwicz H.: *Niezawodność wodociągów i kanalizacji*. Arkady, Warszawa 1993.
- [16] Mikszta-Kruk K.: *Analiza niezawodności kanalizacji podciśnieniowej na podstawie badań eksploatacyjnych wybranych systemów*. Politechnika Warszawska, Warszawa 2006 (rozprawa doktorska).
- [17] Mikszta-Kruk K., Kwietniewski M.: Fault tree reliability evaluation method for a vacuum sewerage system, [in:] *Environmental engineering*, Pawłowski A., Pawłowska M., Dudzińska M.R. (eds.). Taylor & Francis Group, Londyn, Singapore 2007, pp. 150-159.
- [18] Węglarczyk S.: *Metody statystyczne*. Skrypt dla studentów szkół wyższych. Wydaw. Politechniki Krakowskiej, Kraków 1993.
- [19] Wieczysty A. i in.: *Metody oceny i podnoszenia niezawodności działania komunalnych systemów zaopatrzenia w wodę*. Monografie Komitetu Inżynierii Środowiska Polskiej Akademii Nauk, vol. 2. Komitet Inżynierii Środowiska PAN, Kraków 2001.
- [20] Zieliński R.: *Generatory liczb losowych. Programowanie i testowanie na maszynach cyfrowych*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1979.

DISCUSSION ON THE RELIABILITY OF A GRAVITY SEWER SYSTEM

Summary

Sewer systems are important components of city infrastructure. They are now substantially rebuilt and expanded, but still their structure contains a lot of timeworn facilities. It affects their technical conditions and reliability. Numerous research centers have been extensively carried out operation tests on sewer systems and analysis of methods for estimating their reliability; such studies should be continued in order to their further improvement and development. One of the basic measures that closely describe sewer reliability is the general reliability index K_g , based on the average volume of sewage that has not been discharged EN. The EN value is determined by reviewing the system operating statuses. If all possible elementary statuses of the system are taken into account, a lot of meticulous calculations provide accurate results. If a limited number of statuses is considered the results are inaccurate. In practice, the error of the method is unknown. Another possibility is to determine these measures using the Monte-Carlo simulation method. The simulation results, under the law of large numbers, allow to determine the point and interval estimates of the estimated measurement. The paper presents the mathematical background of the Monte-Carlo method as

well as review methods and presents their application to determine EN and K_u for a simple gravity sewer. The paper looks also into the of method feasibility combined with an assessment of their accuracy and required work input. The analysis could be useful in searching for a new method: accurate, simple and fast.

Keywords: reliability measures, Monte-Carlo method, the review methods, failures, gravity sewer

Przesłano do redakcji: 16.12.2014 r.

Przyjęto do druku: 28.03. 2015 r.

DOI: 10.7862/rb.2015.8