CZASOPISMO INŻYNIERII LĄDOWEJ, ŚRODOWISKA I ARCHITEKTURY JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING, ENVIRONMENT AND ARCHITECTURE JCEEA, t. XXXI, z. 61 (3/II/14), lipiec-wrzesień 2014, s. 273-286

Janusz KONKOL¹ Grzegorz PROKOPSKI²

FRAKTALNY OPIS POWIERZCHNI PRZEŁOMU BETONÓW CEMENTOWYCH

W artykule zaprezentowano podejście do określania wymiaru fraktalnego linii profilowej wydzielonej z powierzchni przełomu betonu z uwzględnieniem w analizie takich składników struktury, jak: ziarno kruszywa grubego oraz stwardniały zaczyn cementowy. W przypadku zarówno zaczynu cementowego, jak i ziaren kruszywa grubego analizie fraktalnej poddano dwa warianty. Dla ziaren kruszywa obliczono wymiar fraktalny D w przypadku przełomu poziarnowego oraz w przypadku przejścia pęknięcia na wskroś ziarna. Zaczyn cementowy poddano natomiast analizie w przypadku przełomu powstałego przez sam zaczyn cementowy oraz w przypadku powierzchni przełomu powstałej na skutek oddzielenia się kruszywa od matrycy cementowej (odcisk w zaczynie po przełomie poziarnowym). Badania fraktalne przeprowadzono na powierzchniach przełomu betonów dwiema metodami: pudełkową (D_{BC}) i obwiedni morfologicznej (D_m) . Wykazano, że znaczący wpływ na wartość obu wymiarów fraktalnych D_{BC} i D_m mają ziarna kruszywa grubego bez względu na charakter pęknięcia. Stwierdzono, że największy wymiar fraktalny mają pęknięcia przechodzące przez ziarna kruszywa grubego, występujące zarówno w przypadku pęknięć poziarnowych ziaren kruszywa, jak i pęknięć ziaren kruszywa na wskroś. W obu wariantach uzyskano wartości wymiaru fraktalnego obiema metodami o około 11 % większe, aniżeli wartości wymiaru fraktalnego otrzymane w przypadku przejścia pęknięcia przez matrycę cementową. Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że wymiar fraktalny D linii profilowej może być określany jako wartość średnioważona, uwzględniająca udział różnych typów pęknięć znajdujących się na linii profilowej.

Słowa kluczowe: beton, powierzchnia przełomu, wymiar fraktalny, analiza powierzchni, profilometr laserowy.

¹ Autor do korespondencji: dr inż. Janusz KONKOL, Katedra Inżynierii Materiałowej i Technologii Budownictwa, Politechnika Rzeszowska, Al. Powstańców Warszawy 6, 35-959 Rzeszów, tel. (17) 865-1701, e-mail: janusz.konkol@prz.edu.pl.

² Prof. dr hab. inż. Grzegorz PROKOPSKI, Katedra Inżynierii Materiałowej i Technologii Budownictwa, Politechnika Rzeszowska, Al. Powstańców Warszawy 6, 35-959 Rzeszów, tel. (17) 865-1439, e-mail: grzeprok@prz.edu.pl.

1. Wstęp

Od około 1980 roku geometria fraktalna dała nowe możliwości i narzędzia pozwalające na ilościowy opis struktur o nieregularnym kształcie, w tym powierzchni przełomu betonów. Uważany za twórcę geometrii fraktalnej Mandelbrot wykazał, że wymiar nie musi być tylko liczbą całkowitą, jak wymiar topologiczny w geometrii euklidesowej. Ten sposób rozumowania jest zgodny z naszą intuicją, przecież krzywa jest bardziej skomplikowana niż jednowymiarowa linia prosta, a zarazem wypełnia płaszczyznę w większym stopniu niż ta linia prosta. Powierzchnia o pewnym skomplikowaniu natomiast lepiej wypełnia przestrzeń, w której się znajduje, aniżeli dwuwymiarowa płaszczyzna. Przykładami krzywych mających wymiar równy 2 są: krzywa Peana, podana przez Giuseppe Peano w 1890 roku oraz krzywa Hilberta z 1891 roku, której autorem był David Hilbert. Tworzenie tych krzywych polega na powtarzaniu w nieskończoność narzuconej konstrukcji (rys. 1).



Rys. 1. Konstrukcja krzywej Hilberta

Fig. 1. The construction of the Hilbert curve

Pierwszy artykuł Mandelbrota dotyczący fraktali ukazał się w 1977 roku [1]. Mandelbrot wprowadził do nauki nowe słowo fraktal, które opisywało "niekształtne" formy nieobjęte wcześniej geometrią euklidesową, a pochodzące od łacińskiego słowa fractus, oznaczający podzielony, ułamkowy, a odpowiadający mu czasownik frangere znaczy łamać, tworzyć nieregularne fragmenty.

Fraktale są figurami posiadającymi pewne charakterystyczne cechy, takie jak:

- ✓ brak jednoznacznego kształtu,
- ✓ nie są określone wzorem matematycznym lecz zależnością rekurencyjną (np. zbiór Mandelbrota, krzywa Hilberta),
- ✓ samopodobieństwo; każdy wycięty fragment fraktala przypomina pierwotny fraktal,
- ✓ posiadają wymiar fraktalny D czyli liczbę określającą stopień ich złożoności; wymiar fraktalny danego zbioru to liczba, która mówi jak gęsto ten zbiór wypełnia przestrzeń metryczną, w której występuje.

Badania fraktalne dotyczące powierzchni zaczynów i betonów zapoczątkowali w 1985 roku Winslow [2] oraz w 1994 Saouma i Barton [3]. W następnych latach ukazało się wiele prac dotyczacych analizy fraktalnej betonów, w tym prace badaczy krajowych [4-11].

Celem prowadzenia analiz fraktalnych było opisanie w sposób ilościowy uzyskanej powierzchni przełomu lub wydzielonej z niego linii profilowej, co pozwalało na poszukiwanie zależności między otrzymanym wymiarem fraktalnym, a właściwościami betonów [3-14]. Innym zadaniem badaczy jest dążenie do uzyskania możliwości modelowania zjawiska pękania [15,16] na przykład przez wyrażenia linii profilowej opisem fraktalnym. Pękanie jest zjawiskiem, którego nie można opisać w sposób deterministyczny. Zdefiniowanie kształtu linii profilowej, jako krzywej fraktalnej, pozwala na znalezienia nie tylko jednego rozwiązania, lecz nieskończenie dużej liczby rozwiązań spełniajacych dane kryteria. Na takie podejście pozwala właśnie geometria fraktalna, zwana również nową matematyką chaosu, która pozwala na opis zjawisk na pozór chaotycznych (chaos deterministyczny).

Celem niniejszego artykułu jest prezentacja uzyskanych wyników przeprowadzonej analizy fraktalnej linii profilowych, wydzielonych z powierzchni przełomów, z uwzględnieniem zarówno rodzaju składnika struktury betonu, jak i sposobu pęknięcia.

2. Zakres i metodyka badań

Do analizy fraktalnej wybrano pięć powierzchni przełomów betonów modyfikowanych dwoma dodatkami: popiołem fluidalnym lub metakaolinitem. W przypadku wszystkich betonów uzyskano wytrzymałość na ściskanie wynoszącą po 28 dniach dojrzewania od 37 do 51 MPa. Betony wykonano przy użyciu cementu CEM I 32,5 R i grysu bazaltowego do 16 mm z m. Wilków.

Badania fraktalne przeprowadzono przy użyciu profilometru laserowego Talysurf CLI 1000 firmy Taylor Hobson (rys. 2) wraz z oprogramowaniem analitycznym Talymap, do szybkiego bezstykowego pomiaru topografii powierzchni 3D oraz programu komputerowego *FRAKTAL_Wymiar2D*³. Zastosowanie profilometrów laserowych do analizy morfologii powierzchni betonów jest coraz częstsze [17,18].

Mandelbrot [1] zdefiniował wymiar fraktalny jako:

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{s}},\tag{1}$$

gdzie: N – liczba części tworzących wyjściową figurę fraktala,

³ Konkol J. FRAKTAL_Wymiar2D. Program komputerowy.

s – stopień zmniejszania elementów tworzących fraktal przy kolejnych etapach jego budowy (współczynnik skalowania).

Obliczenie wymiaru fraktalnego dokonano dwiema metodami: pudełkową (*box counting method*) i metodą obwiedni morfologicznych (*morphological envelopes method*). Metoda pudełkowa polega na pokrywaniu linii profilowej pudełkami o zmiennej długości boku ε_i , przy jednoczesnym zliczaniu liczby pudełek $N(\varepsilon_i)$, w których znajduje się linia profilowa. Wymiar fraktalny D_{BC} określa się na podstawie nachylenia prostej zależności logarytmu liczby pudełek obliczonej przy danej wielkości pudełka $\log(N(\varepsilon_i))$ od długości boku tego pudełka $\log(\varepsilon_i)$.



Rys. 2. Profilometr laserowy Talysurf CLI 1000 Fig. 2. High-resolution 3D surface profiling system Talysurf CLI 1000

Obliczenie wymiaru fraktalnego D_m metodą obwiedni morfologicznych polegało na wyznaczeniu górnej i dolnej obwiedni za pomocą przekształceń morfologicznych otwarcia i zamknięcia przy użyciu elementu strukturalnego w postaci odcinka, o zmiennej w każdym kroku, długości ε_i , który wyznaczy górną i dolną obwiednię obszar o polu powierzchni $A(\varepsilon_i)$. Wymiar fraktalny D_m obliczany jest na podstawie współczynnika kierunkowego zależności liniowej ln $A(\varepsilon_i)$ od ln (ε_i) .

Jako krok dyskretyzacji punktów charakteryzujących linie profilowe przyjęto 1 µm. Przy długości linii 5 mm dało to 5001 punktów opisujących kształt linii profilowej.

Geometria fraktalna umożliwia opis kształtu linii profilowej powierzchni przełomu betonu jednym parametrem - wymiarem fraktalnym. Wymiar ten zależy jednak od rodzaju i udziału poszczególnych faz w betonie. Może się również różnicować w obrębie tej samej fazy. Na przykład sposób przejścia pęknięcia w obrębie ziarna kruszywa może nastąpić poziarnowo (na około ziarna) lub na wskroś ziarna. Długość linii profilowej wynoszącą 5 mm dobrano ze względu na wyróżnione typy pęknięcia w obrębie danego składnika struktury. Wyróżniono następujące typy peknieć (rys. 3):

- ✓ pęknięcie przechodzące wyłącznie przez matrycę cementową, typ M,
- ✓ pęknięcie poziarnowe od strony ziarna kruszywa grubego, typ PK,
- ✓ pęknięcie poziarnowe od strony matrycy cementowej, typ PM,
- ✓ pęknięcie na wskroś przez ziarno kruszywa, typ WK,
- ✓ pęknięcie przez różne fazy, przy analizie całej linii profilowej, bez względu na wyróżnione powyżej typy pęknięć, typ C.



Rys. 3. Przykładowa linia profilowa z zaznaczonymi typami pęknięć Fig. 3. A sample line profile with selected types of cracks

Przy wyborze typów pęknięć pominięto fazę porów. Działanie takie było podyktowane wynikami wcześniejszych badań autorów [6,7,10,11], w których udowodniono, że wpływ tej fazy na wymiar fraktalny linii profilowej jest statystycznie nieistotny.

3. Analiza fraktalna

Analizę fraktalną przeprowadzono dla 26 linii profilowych, w tym 24 linii o długości 5 mm zgodnych z wyróżnionymi typami pęknięć oraz 2 linii profilowych porównawczych o długości 50 mm, będących złożeniem różnych typów pęknięć. Z uwagi na zróżnicowane pochylenie skanowanych linii profilowych, przed dokonaniem obliczenia wymiaru fraktalnego uzyskane linie profilowe poziomowano. Przykładowe linie profilowe, każdego typu, pokazano na rys. 4 i 5 (Pt – wysokość profilu).

Tabela 1. Wyniki badań wymiaru fraktalnego

Table 1. Results of the investigations of fractal dimension

Typ i numer	Długość linii profilowej,	Wymiar fraktalny	
linii profilowej	mm	D_{BC}	D_m
M_1	5	1,11	1,12
M_2		1,10	1,14
M_3		1,14	1,15
M_4		1,07	1,09
M_5		1,11	1,11
M_6		1,09	1,09
PK_1		1,22	1,22
PK_2		1,28	1,21
PK_3		1,17	1,18
PK_4		1,13	1,14
PK_5		1,28	1,27
PM_1		1,20	1,18
PM_2		1,02	1,05
PM_3		1,08	1,08
PM_4		1,17	1,14
PM_5		1,11	1,12
PM_6		1,16	1,16
WK_1		1,20	1,18
WK_2		1,30	1,28
WK_3		1,29	1,28
WK_4		1,18	1,17
WK_5		1,17	1,18
WK_6		1,31	1,25
WK_7		1,18	1,17
C_1	50	1,13	1,13
C_2	50	1,14	1,14

Wyniki obliczeń wymiaru fraktalnego D_{BC} i D_m zestawiono w tabeli 1, a wartości średnie wraz z podaniem błędu standardowego wartości średniej wymiaru fraktalnego w zależności od typu pęknięcia podano w tabeli 2.





Tabela 2. Wyniki wartości średnich wymiaru fraktalnego Table 2. Results of the mean values of fractal dimension

Typ pęknięcia	Wymiar fraktalny, wartość średnia ± błąd standardowy wartości średniej		
	D_{BC}	D_m	
М	1,10±0,010	1,12±0,010	
РК	1,22±0,030	1,20±0,022	
PM	1,12±0,027	1,12±0,020	
WK	1,23±0,024	$1,22\pm0,020$	



Rys. 5. Linie profilowe typu: a) PK_1, b) PM_4, c) WK_3 i d) C_1 Fig. 5. Line profile type: a) PK_1, b) PM_4, c) WK_3 i d) C_1

Linie profilowe o długości 50 mm (tabela 1, typ C) wybrano losowo na powierzchni przełomu. Przechodziły one przez wszystkie składniki struktury. Udział innych od M typów pęknięć wynosił w przypadku linii profilowej C_1 40%, w tym typ PK 6%, typ PM 10 % i typ WK 24 %, a w przypadku linii profilowej C_2 uzyskano udział typu M 62 %, typu PK 14 %, typu PM 4 % i typu WK 20 %.

Na rys. 6 przedstawiono fragment powierzchni przełomu betonu z widocznymi różnymi typami pęknięć. Na powierzchni przełomu obserwuje się największy udział pęknięć typu M oraz dość liczne pęknięcia typu WK.



Rys. 6. Powierzchnia przełomu z widocznymi pęknięciami typu M i WK Fig. 6. Fracture surface with the visible cracks M and WK

Uwzględniając udział poszczególnych typów pęknięć dokonano obliczenia średnioważonej wartości wymiaru fraktalnego dla linii profilowych typu C. Uzyskano odpowiednio wartości dla linii profilowej C_1: $D_{BC} = 1,14$ i $D_m = 1,15$, a dla linii profilowej C_2: $D_{BC} = 1,15$ i $D_m = 1,15$. Porównując uzyskane wartości wymiaru fraktalnego z wartościami obserwowanymi stwierdzono dużą zgodność w przypadku obu zastosowanych metod obliczania wymiaru *D*.

W celu uwypuklenia chropowatości linii profilowych przechodzących przez pęknięte ziarna kruszywa wydzielono z linii profilowej typu WK_3 (rys. 7a) profil falistości (rys. 7b) oraz profil chropowatości (rys. 7c). Całkowita wysokość profilu chropowatości wyniosła 55,9 µm.



Rys. 7. Porównanie: a) linii profilowej typu WK_3 z b) wydzielonym profilem falistości oraz c) profilem chropowatości

Fig. 7. Comparison: a) the type of line profile WK_3 with b) a separate waves profile and c) the roughness profile

Pomimo większych wysokości profili typu M, przechodzących przez matrycę cementową w porównaniu do wysokości profili typu WK (rys. 7a i 8a), jak również większych wysokości profili chropowatości (rys. 7c i 8c), chropowatości wyróżnione na profilach typu WK są większe, co wpływa ostatecznie na większy wymiar fraktalny linii profilowych typu WK w porównaniu do linii profilowych typu M.



Rys. 8. Porównanie: a) linii profilowej typu M_01 z b) wydzielonym profilem falistości oraz c) profilem chropowatości

Fig. 8. Comparison: a) the type of line profile M_01 with b) a separate waves profile and c) the roughness profile

Średnia arytmetyczna długość fali na profilu chropowatości wyróżnionego z linii profilowej typu M (rys. 8c) wynosi 0,262 mm, natomiast średnia arytmetyczna długość fali na profilu chropowatości wyróżnionego z linii profilowej typu WK (rys. 7c) jest prawie dwukrotnie mniejsza i wynosi 0,138.

Na podstawie uzyskanych wyników wartości średnich stwierdzono, że wymiar fraktalny linii profilowej przechodzącej przez matrycę cementową (typ M) jest porównywalny z wymiarem fraktalnym matrycy cementowej znajdującej się w odcisku poziarnowym (typ PM). Wymiar fraktalny *D* natomiast określony dla powierzchni ziarna kruszywa pękniętego na wskroś i powierzchni ziarna kruszywa wyrwanego z matrycy cementowej jest porównywalny i większy od wymiaru fraktalnego matrycy.

Nie stwierdzono zgodności wymiarów fraktalnych dwóch dopełniających się powierzchni powstałych na skutek wyrwania ziarna kruszywa. Wymiar fraktalny określony dla wyrwanego ziarna kruszywa był większy aniżeli odpowiadający tej sytuacji wymiar fraktalny powstałego w matrycy odcisku. Może to być spowodowane większą chropowatością powierzchni ziaren kruszywa, co potwierdziły analizy pęknięć typu PK i WK oraz spowodowane jest zapewne mniejszą przyczepnością ziaren kruszywa do matrycy cementowej.

Na wyrwanych ziarnach kruszywa, widocznych na przełomach, obserwowano tylko nieliczne miejsca pokryte zaczynem. Liczba tych ziaren była jednak niewielka w porównaniu do liczby ziaren pękniętych na wskroś. Pęknięte ziarna są potwierdzeniem wysokiej wytrzymałości styku kruszywo/zaczyn.

4. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych analiz fraktalnych stwierdzono, że wymiar fraktalny D linii profilowej może być określany jako wartość średnioważona, uwzględniająca udział różnych typów pęknięć znajdujących się na linii profilowej.

Jednocześnie wykazano, że wymiar fraktalny D, obliczony obiema metodami: metodą pudełkową D_{BC} i metodą obwiedni morfologicznych D_m , jest większy w przypadku przechodzenia pęknięcia przez ziarna kruszywa grubego, aniżeli przy przejściu pęknięcia przez stwardniały zaczyn cementowy.

Przeprowadzone analizy fraktalne wykazały także rozbieżność wymiarów fraktalnych odcisku poziarnowego i powierzchni wyrwanego ziarna kruszywa grubego, co prawdopodobnie ma związek z gorszą przyczepnością zaczynu do kruszywa. Jest to ważny wniosek praktyczny, gdyż różnice te wpływają na większy rozrzut wyników *D*.

Literatura

- [1] Mandelbrot B.B.: Fractals. Form, chance and dimension, Freeman, San Francisco 1977.
- [2] Winslow D.N.: The fractal nature of the surface of cement paste, Cement and Concrete Research, 15, 1985, s. 817-824.
- [3] Saouma V.E., Barton C.C.: Fractals, fractures, and size effects in concrete, J. Eng. Mech., 120, 1994, s. 835-854.
- [4] Brandt A.M., Prokopski G.: On the fractal dimension of fracture surfaces of concrete elements, J. Mater. Sci., 28, 1993, s. 4762-4766.
- [5] Czarnecki L., Garbacz A., Kurach J.: On the characterization on polymer concrete fracture surface, Cem. Concr. Compos., 23, 2001, s. 399-409.

- [6] Konkol J.: Zastosowanie analizy struktury do oceny właściwości betonów. Rozprawa Doktorska. Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2004.
- [7] Konkol J., Prokopski G.: Analysis of the fracture surface morphology of concrete by the method of vertical section, Computers and Concrete, 1(4), 2004, s. 389-400.
- [8] Prokopski G., Konkol J.: The fractal analysis of the fracture surface of concretes made from different coarse aggregates, Computers and Concrete, 2(3), 2005, s. 239-248.
- [9] Konkol J., Prokopski G.: The necessary number of profile lines for the analysis of concrete fracture surfaces, Structural Engineering and Mechanics. 25(5), 2007, s. 565-576.
- [10] Konkol J., Prokopski G.: Morfologia przełomu oraz odporność na pękanie betonów modyfikowanych dodatkiem popiołu fluidalnego lub metakaolinitu, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Seria Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 58, nr 3/11/III, 2011, s. 321-330.
- [11] Konkol J.: Wykorzystanie parametrów fraktalnych i stereologicznych do opisu odporności na pękanie betonów modyfikowanych wybranymi dodatkami typu II, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, seria Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z 59, nr 3/12/III, 2012, s. 222-232.
- [12] Wang Y., Diamond S.: A fractal study of the fracture surfaces of cement pastes and mortars using a stereoscopic SEM method, Cement and Concrete Research, 31, 2001, s. 1385–1392.
- [13] Yan A., Wu K.-R., Zhang D., Yao W.: Effect of fracture path on the fracture energy of high-strength concrete, Cement and Concrete Research, 31, 2001, s. 1601-1606.
- [14] Issa M A., Issa M. A., Islam Md. S, Chudnovsky A.: Fractal dimension a measure of fracture roughness and toughness of concrete, Engineering Fracture Mechanics, 70, 2003, s. 125-137.
- [15] Zhang H., Wei D.M.: Fractal effect and anisotropic constitutive model for concrete, Theor. Appl. Fract. Mech., 51, 2009, s. 167-173.
- [16] Zhang H., Wei D.M.. Fracture and damage behaviors of concrete in the fractal space, J. Mod. Phys., 1, 2010, s. 48-58.
- [17] Czarnecki L, Chmielewska B.: Fracture and fractography of silane modified resin mortars, Int. J. Restor. Build. Monum., 9, 2003, s. 603–18.
- [18] Erdem S., Blankson M.A.: Fractal-fracture analysis and characterization of impactfractured surface in different types of concrete using digital image analysis and 3D nanomap laser profilometery, Constr. Build Mater., 40, 2013, s. 70-76.

FRACTAL DESCRIPTION OF CEMENT CONCRETES FRACTURE SURFACE

Summary

The paper presents an approach for determining the fractal dimension of the profile lines separated from the fracture surface of concrete with re-gard to the analysis of structural components such as grains of coarse aggregate and hardened cement paste. Both for the cement paste and the coarse aggregate, two variants were subjected to fractal analysis. In the case of the coarse aggregate, a fractal dimension was calculated for the crack around the grain and for a transition of the crack through the grain. The cement paste was analyzed with respect to the fracture surface created by the cement paste itself, and with respect to the fracture surface resulting from the separation of the coarse aggregate from the cement matrix (cement paste imprint on the grain aggregate). The fractal study was conducted on the fracture surfaces of concrete using two methods: a box counting method and morphological envelopes method. It has been shown that the grains of the coarse aggregate have a significant impact on the value of the fractal dimension D. It has been found that the cracks passing through the grains of the coarse aggregate have the largest fractal dimensions. For both of the variants, the fractal dimension values obtained with both of the methods were 11% higher. On the basis of the obtained results it was found that the fractal dimension D of the profile line can be defined as a weighted average incorporating different types of the cracks on the profile line.

Keywords: concrete, fracture surface, fractal dimension, surface analysis, laser profilometer.

DOI:10.7862/rb.2014.94

Przesłano do redakcji: 14.12.2014 r. Przyjęto do druku: 18.12.2014 r.