

Zenon SZYPCIO¹
Katarzyna DOŁŻYK²

LEPKOŚĆ ROZTWORÓW PIROFOSFORANU SODU I HEKSAMETAFOFOSFORANU SODU W WODZIE DESTYLOWANEJ

W pracy przedstawiono wyniki badań lepkości roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu o małym stężeniu. Zgodnie z prawem Stokesa prędkość opadania kulki w roztworze zależy od średnicy kulki, gęstości materiału kulki, gęstości i lepkości roztworu. Badano lepkość roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu klasyczną metodą Stokesa w temperaturach od 15 do 30°C. W wyniku wstępnych badań dobrano średnicę i materiał kulki użytej do badań lepkości roztworów. Filmowano opadającą kulkę w roztworze, precyzyjnie mierząc czas i drogę przebytą przez opadającą kulkę. Analiza filmu umożliwiła określenie prędkości opadania kulki w roztworze. Ustabilizowaną prędkość opadania wykorzystano do analizy lepkości roztworu. Ponieważ prędkość opadania znacząco zależy od średnicy kulki, konieczne okazało się wprowadzenie korekty temperaturowej średnicy kulki. Współczynnik rozszerzalności liniowej napowietrzonego plastiku, z którego była wykonana kulka, wyznaczono z analizy prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej, dla której jest znana gęstość i lepkość w różnych temperaturach. Badane roztwory pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu w wodzie destylowanej mają znacznie mniejszą lepkość niż woda destylowana. W badaniach areometrycznych zawieszin gruntowych uwzględnienie tego faktu jest konieczne.

Słowa kluczowe: lepkość cieczy, metoda Stokesa, analiza areometryczna

1. Wprowadzenie

Skład granulometryczny gruntu jest jedną z najważniejszych właściwości gruntów [6-8]. Dla gruntów zawierających mniej niż 10% cząstek drobnych stosuje się metodę sitową, dla gruntów zawierających więcej niż 10% cząstek drobnych – kombinację metody sitowej i areometrycznej [6, 7].

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Zenon Szypcio, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok, tel. 797995977, z.szypcio@pb.edu.pl

² Katarzyna Dołżyk, Politechnika Białostocka, ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok, tel. 797995980, k.dolzyk@pb.edu.pl

Podczas analizy areometrycznej mierzy się zmiany gęstości zawiesiny gruntowej w czasie [6, 7]. Prędkość opadania kulki zgodnie z prawem Stokesa jest wprost proporcjonalna do różnicy gęstości właściwej cząstki gruntu i roztworu oraz kwadratu średnicy cząstki. Cząstki gruntu są traktowane jako kulki o średnicy zastępczej opadające z tą samą prędkością, co rzeczywiste cząstki gruntu [6, 7]. Niektóre grunty koagulują, co znacząco zniekształca wyniki analizy granulometrycznej. W takich przypadkach zalecane jest stosowanie dyspergentów. Norma PKN-CEN ISO/TS 17892-4 zaleca zastosowanie pirofosforanu sodu o stężeniu ok. 2 g/l lub heksametafosforanu sodu o stężeniu ok. 4 g/l. Lepkość roztworów badano klasyczną metodą Stokesa w zakresie wartości temperatury od 15°C do 30°C.

Prędkość opadania cząstki w cieczy zależy od średnicy cząstki, gęstości i lepkości cieczy, prawidłowe określenie gęstości i lepkości roztworów stosowanych do przygotowania zawiesiny gruntowej ma więc istotne znaczenie w analizie areometrycznej [1, 2]. Ponieważ gęstość i lepkość cieczy (roztworów) znacząco zależy od temperatury [1, 5], badania wykonano w zakresie temperatur od 15°C do 30°C. Gęstość roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu opisano w pracy [1].

Klasyczna metoda Stokesa określania lepkości cieczy jest uważana za metodę najbardziej dokładną. Metoda ta była stosowana podczas wyznaczania dynamicznego współczynnika lepkości roztworów pirofosforanu sodu o stężeniu 2 g/l i heksametafosforanu sodu o stężeniu 4 g/l.

2. Metodyka badań

Klasyczna teoria Stokesa

Zgodnie z wynikami badań prędkości opadania kulki w cieczy prędkość opadania jest zależna od masy kulki, gęstości i lepkości cieczy [3, 4]. Na kulkę opadającą w cieczy z małą prędkością działa siła oporu \underline{F} proporcjonalna do prędkości opadania i przeciwnie do niej skierowana:

$$\underline{F} = -6\pi r\eta \underline{v} \quad (1)$$

gdzie: r – promień kulki,

η – dynamiczny współczynnik lepkości cieczy,

\underline{v} – wektor prędkości.

Równanie (1) jest słuszne dla niskich prędkości, gdy liczba Reynoldsa jest mała ($Re \ll 1$), a ciecz znajduje się w naczyniu o dużych rozmiarach. Jeżeli ciecz znajduje się w naczyniu cylindrycznym o skończonym promieniu R , należy wprowadzić poprawkę uwzględniającą wymiar cylindra. Równanie (1) z poprawką przyjmuje postać:

$$\underline{F} = -6\pi r \eta v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R} \right) \quad (2)$$

Oprócz siły oporu \underline{F} na kulkę działa siła ciężkości:

$$G = mg = V \rho g \quad (3)$$

gdzie m jest masą kulki, g zaś przyspieszeniem ziemskim. Masa kulki może być wyrażona jako iloczyn gęstości ρ i objętości kulki V :

$$m = V \rho \quad (4)$$

Zgodnie z prawem Archimedesesa na każde ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu \underline{W} równa ciężarowi cieczy wypartej przez to ciało.

$$\underline{W} = V \rho_r g \quad (5)$$

gdzie ρ_r jest gęstością cieczy (roztworu).

Jeżeli kulka opada ze stałą prędkością, to zgodnie z prawem Newtona układ sił działających na to ciało jest w równowadze. Można zatem zapisać:

$$\underline{G} + \underline{W} + \underline{F} = 0 \quad (6)$$

Równanie (6) dla kulki opadającej pionowo w cieczy ze stałą prędkością może być zapisane w postaci:

$$mg - V \rho_r g - 6\pi r \eta v \left(1 + 2,4 \frac{r}{R} \right) = 0 \quad (7)$$

Po przekształceniu otrzymano:

$$\eta = \frac{m - V \rho_r}{6\pi r v} \frac{R}{R + 2,4r} g \quad (8)$$

lub

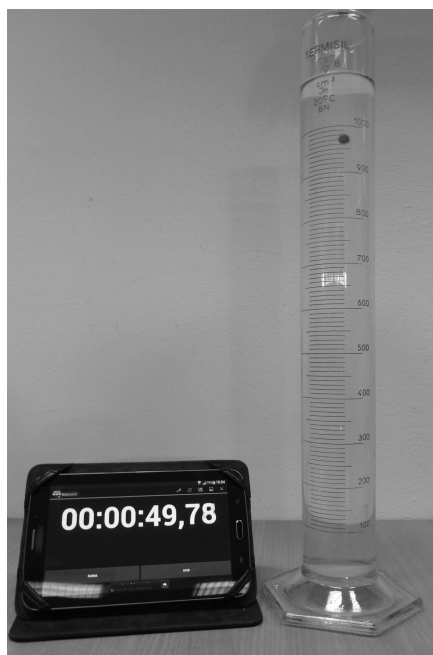
$$\eta = \frac{3m - 4\pi r^3 \rho_r}{18\pi r v} \frac{R}{R + 2,4r} g \quad (9)$$

Pomiar prędkości opadania kulki w cieczy

W celu wyznaczenia dynamicznego współczynnika lepkości wykonano serię pomiarów prędkości opadania kulki o znanej masie i promieniu w roztworze wypełniającym cylinder pomiarowy. Stanowisko badawcze przedstawiono na

rys. 1. Kulka włożona do warstwy powierzchniowej po uwolnieniu opada. W początkowej fazie kulka porusza się ruchem przyspieszonym i dopiero po przebyciu pewnej drogi, gdy siły wyporu i oporu zrównoważą jej ciężar, opada ze stałą prędkością. Charakterystyczną zależność prędkości opadania w czasie pokazano na rys. 2.

W badaniach stałą prędkość opadania kulka osiągała po upływie ok. 0,5 s od chwili początkowej ruchu. Ze względu na wymaganą dokładność czas opadania powinien być mierzony z dokładnością 0,01 s, droga zaś z dokładnością 1 mm. Wymaganą dokładność pomiaru czasu uzyskano, używając stopera zainstalowanego w tablicy (rys. 1.) i filmując opadającą kulkę w laboratoryjnym cylindrze z dokładną skalą wysokości (rys. 1.). Odtwarzając film, dla krótkich przedziałów czasu odczytywano czas i położenie środka kulki w cylindrze pomiarowym. Dla każdego badania, analizując wykres zależności prędkości opadania od czasu, ustalano stałą prędkość opadania. Po każdym badaniu była mierzona temperatura roztworu. Kulka przed badaniem była przetrzymywana w roztworze o tej samej temperaturze, co roztwór w cylindrze pomiarowym, tak aby temperatura kulki w czasie opadania była identyczna z temperaturą roztworu.

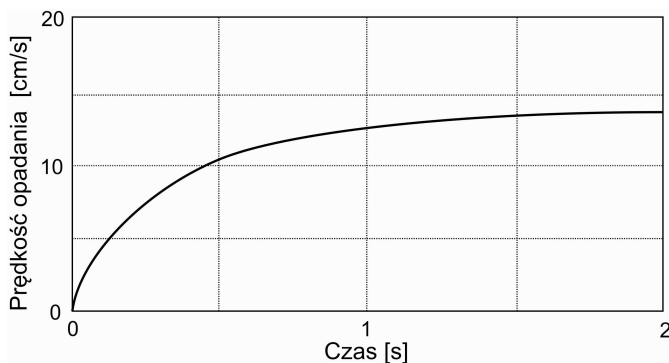


Rys. 1. Stanowisko do badań dynamicznego współczynnika lepkości

Fig. 1. Dynamic viscosity testing table

Po wykonaniu wielu wstępnych badań dobrano masę kulki i jej rozmiar. Kulki zbyt duże opadały ruchem wężykowatym, prawdopodobnie ze względu na nieidealnie kulisty kształt i zbyt duży wpływ ścianek cylindra na zakłócanie ruchu. Zbyt duża masa nawet bardzo małej kulki powodowała, że prędkość opada-

jącej kulki stale rosła. Należało zatem znacząco zwiększyć wysokość cylindra pomiarowego. Zbyt duża wysokość cylindra pomiarowego znacznie utrudnia wykonanie badań. Po wielu próbnych badaniach wybrano kulkę plastikową. W tabeli 1. przedstawiono wyniki pomiarów masy i średnicy kulki.



Rys. 2. Charakterystyczna zależność prędkości opadania w czasie
Fig. 2. Characteristic dependence of sinking velocity in time

Tabela 1. Masa i średnica kulki użytej w badaniach

Table 1. Mass and diameter of a particle used in tests

Masa [g]				Średnica [mm]					
Pomiar nr			średnia	Pomiar nr					średnia
1	2	3		1	2	3	4	5	
0,119	0,122	0,121	0,1207	6,14	6,13	6,10	6,06	6,17	6,121

Weryfikacja metodyki badań

W badaniach wodę destylowaną traktowano jako wzorzec cieczy, służyła bowiem do weryfikacji przyjętej metodyki badań. Dynamiczny współczynnik lepkości wody destylowanej jest dobrze znany i w zakresie temperatur 15-30°C może być określony równaniem [4, 5]:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + a(T - T_0) + b(T - T_0)^2} \quad (10)$$

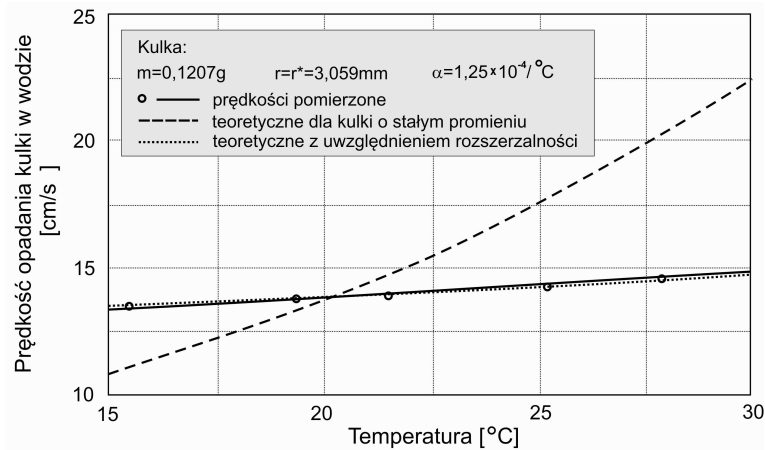
gdzie: η_0 – dynamiczny współczynnik lepkości wody destylowanej o temperaturze T_0 [°C],
 a , b – stałe współczynniki.

Jako temperaturę referencyjną przyjęto $T_0 = 20^\circ\text{C}$. W temperaturze tej są skalowane używane w badaniach cylindry pomiarowe. Temperatura w pomieszczeniu badawczym jest również bliska 20°C . Dla temperatury 20°C $\eta_0 = 1,002$ mPas [5], $a = 0,035$, $b = 0,000221$ [4, 5]. Wyniki badań prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej przedstawiono w tab. 2. i na rys. 3.

Tabela 2. Ustabilizowane prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej

Table 2. Stabilized velocity of a particle sinking in distilled water

Prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej [cm/s]																			
Temperatura [$^\circ\text{C}$]																			
15,5				19,3				21,5				25,1				27,8			
Badanie			średnia	badanie			średnia	badanie			średnia	badanie			średnia	badanie			średnia
1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
13,21	13,39	13,38	13,33	13,52	13,64	13,82	13,66	13,69	13,86	13,97	13,84	14,05	14,20	14,38	14,21	14,42	14,57	14,69	14,56



Rys. 3. Prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej

Fig. 3. Velocity of a particle sinking in distilled water

Teoretyczne prędkości opadania obliczono z równania:

$$v = \frac{3m - 4\pi r^3 \rho_r}{18\pi r \eta} \frac{R}{R + 2,4r} g \quad (11)$$

otrzymanego z przekształcenia wzoru (9). Teoretyczne prędkości opadania kulki (o masie $m = 0,1207$ g, promieniu $r^* = 3,059$ mm i promieniu cylindra $R = 29,2$ mm) w wodzie destylowanej przedstawiono w tab. 3.

Tabela 3. Teoretyczne prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej

Table 3. Theoretical velocity of a particle sinking in distilled water

Wielkość	Temperatura [°C]						
	15	17,5	20	22,5	25	27,5	30
Gęstość [g/cm ³]	0,9991	0,99865	0,99821	0,99763	0,99704	0,99635	0,99565
Lepkość [mPas]	1,1404	1,0693	1,002	0,9458	0,8937	0,8452	0,8007
Prędkość opadania [cm/s]	10,79	12,19	13,76	15,54	17,56	19,86	22,40

Wartości r^* są skorygowanymi wartościami promienia, dla których wartości prędkości opadania teoretyczna i doświadczalna dla temperatury 20°C są najbliższe. W temperaturze 20°C były wykonywane pomiary promienia kulki. Teoretyczne wartości prędkości opadania kulki o przyjętej do obliczeń masie $m = 0,1207$ g i promieniu $r^* = 3,059$ mm są niższe od wartości doświadczalnych dla temperatury wody destylowanej mniejszej od 20°C, wyższe zaś dla temperatury większej od 20°C.

Ze względu na zbyt duże różnice prędkości otrzymanych w doświadczeniu i prędkości teoretycznych zdecydowano się na wprowadzenie korekty promienia kulki wynikającej z rozszerzalności termicznej materiału, z którego jest ona wykonana. Dla ciał stałych zmiany promienia kulki od temperatury przedstawia równanie:

$$r = r_0 \{1 + \alpha(T - T_0)\} \quad (12)$$

gdzie: r i r_0 – odpowiednio promień kulki w temperaturze T i T_0 ,

α – współczynnik rozszerzalności liniowej materiału, z którego wykonano kulkę [5].

Ponieważ w badaniach używano kulki z napowietrzanego plastiku, przyjęto współczynnik rozszerzalności liniowej tego materiału $\alpha = 0,000125$ °C jako wartość średnią współczynnika rozszerzalności liniowej PCV ($\alpha = 1,0 \times 10^{-4}$ /°K) i poliuretanu ($\alpha = 1,5 \times 10^{-4}$ /°K) [5]. Ponownie policzono teoretyczne prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej, uwzględniając jej rozszerzalność termiczną. Obliczenia wykonano dla masy kulki $m = m^* = 0,12064$ g, promienia kulki w temperaturze 20°C $r = r^* = 3,059$ mm i współczynnika rozszerzalności liniowej $\alpha = 0,000125$ °C. Wyniki obliczeń przedstawiono w tab. 4. i na rys. 3.

Tabela 4. Teoretyczne prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej z uwzględnieniem rozszerzalności termicznej

Table 4. Theoretical velocity of a particle sinking in distilled water considering thermal extension

Wielkość	Temperatura [°C]						
	15	17,5	20	22,5	25	27,5	30
Gęstość [g/cm ³]	0,9991	0,99865	0,99821	0,99763	0,99704	0,99635	0,99565
Lepkość [mPas]	1,1404	1,0693	1,002	0,9458	0,8937	0,8452	0,8007
Promień [mm]	3,05709	3,05804	3,059	3,05996	3,0609	3,06187	3,06282
Prędkość opadania [cm/s]	13,42	13,64	13,76	13,93	14,14	14,45	14,78

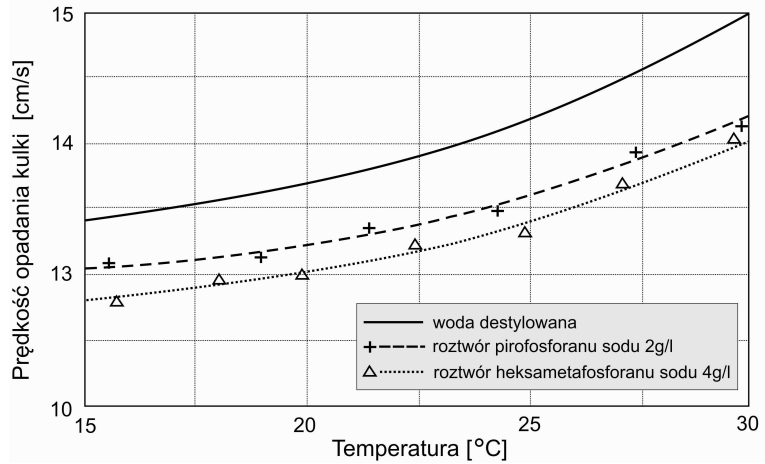
Korzystając ze zmodyfikowanego wzoru Stokesa (11) na prędkość opadania kulki w cieczy, dla wybranej do badań kulki o masie $m = 0,1207$ g otrzymano teoretyczne wartości promienia kulki $r^* = 3,059$ mm w temperaturze 20°C i współczynnika rozszerzalności liniowej materiału kulki $\alpha = 0,000125^\circ\text{C}$. Średnia wartość promienia $r = 3,065$ mm tylko nieznacznie się różni od wartości teoretycznej.

W dalszej części pracy przyjęto następujące parametry kulki: masa $m = 0,1207$ g, promień $r = 3,059$ mm w temperaturze 20°C i współczynnik rozszerzalności liniowej $\alpha = 0,000125^\circ\text{C}$.

Lepkość roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu w wodzie destylowanej

Metodą Stokesa, zweryfikowaną badaniami prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej, zbadano lepkość roztworów pirofosforanu sodu o stężeniu 2 g/l i heksametafosforanu sodu o stężeniu 4 g/l. Prędkość opadania kulki w różnych temperaturach była mierzona 5-krotnie. Uśrednione ustabilizowane prędkości opadania kulki w tych roztworach pokazano na rys. 4. Na rysunku tym przedstawiono również prędkości opadania kulki w wodzie destylowanej. Wartość dynamicznego współczynnika lepkości roztworów obliczono z równania (9). Gęstości roztworów opisano w pracy [1]. Prędkości opadania kulki w określonych temperaturach odczytano z wykresów przedstawionych na rys. 4.

W tabeli 5. zestawiono obliczone dynamiczne współczynniki lepkości roztworów i podstawowe wielkości użyte do obliczeń. Na rysunku 5. pokazano wartości dynamicznego współczynnika lepkości roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu oraz wody destylowanej w zależności od temperatury roztworu.



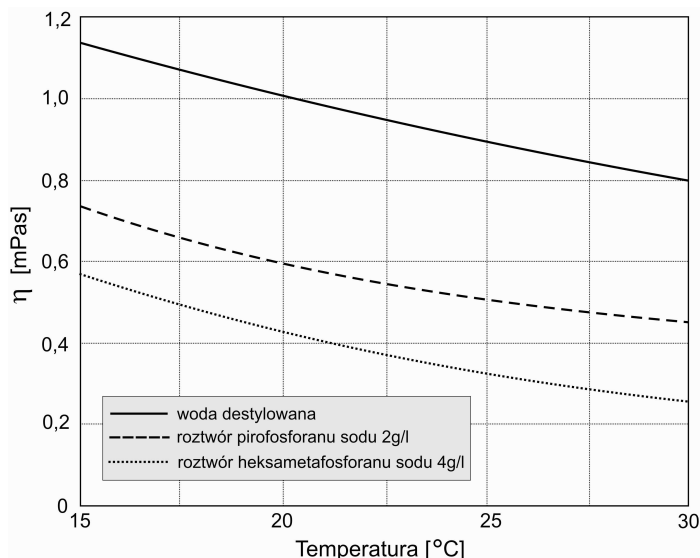
Rys. 4. Ustabilizowane prędkości opadania kulki w roztworach

Fig. 4. Stabilized velocity of a particle sinking in solutions

Tabela 5. Dynamiczne współczynniki lepkości roztworów

Table 5. Dynamic viscosity of solutions

Wielkość		Temperatura [°C]						
		15	17,5	20	22,5	25	27,5	30
r [cm]		0,305709	0,305804	0,30590	0,305996	0,30609	0,306187	0,306282
Roztwór pirofosforanu sodu	ρ_r [g/cm ³]	1,00272	1,00227	1,00183	1,00125	1,00066	0,99997	0,99927
	v [cm/s]	13,01	13,11	13,24	13,88	13,62	13,89	14,20
	η [mPas]	0,742	0,666	0,597	0,547	0,497	0,457	0,420
Roztwór heksametafosforanu sodu	ρ_r [g/cm ³]	1,00414	1,00369	1,00325	1,00267	1,00208	1,00139	1,00069
	v [cm/s]	12,80	12,87	13,01	13,20	13,42	13,70	14,07
	η [mPas]	0,564	0,499	0,430	0,379	0,332	0,294	0,259
Woda destylowana	η [mPas]	1,1404	1,0693	1,0020	0,9458	0,8937	0,8452	0,8007



Rys. 5. Dynamiczna lepkość cieczy

Fig. 5. Dynamic viscosity of liquids

Badane roztwory pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu mają znacznie mniejsze lepkości niż woda destylowana.

3. Wnioski

Metoda Stokesa jest klasyczną najbardziej dokładną metodą wyznaczania dynamicznego współczynnika lepkości cieczy. Szybka stabilizacja prędkości opadania kulki w cieczy jest osiągnięta, gdy gęstość materiału kulki niewiele różni się od gęstości cieczy (roztworu).

Prędkość opadania istotnie zależy od średnicy (promienia) kulki. Dla opisanych w pracy badań konieczne było uwzględnienie zmian promienia kulki w zależności od temperatury. Lepkości roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu nawet o małym stężeniu są znacznie mniejsze od lepkości wody destylowanej.

Literatura

- [1] Dołżyk K., Chmielewska I.: Gęstości roztworów pirofosforanu sodu i heksametafosforanu sodu w wodzie. Czasopismo Inżynierii Lądowej, Środowiska i Architektury, JCEEA, nr 4/2014, s. 55-63.
- [2] Gołębiewska A., Hyb W.: Ocena niepewności wyników pomiarów w analizie areometrycznej gruntu. Geoinżynieria, nr 04/2008, s. 30-35.
- [3] Kalinski M.E.: Soil mechanics. Lab manual. John Wiley&Sons, Hoboken, USA 2011.
- [4] Kubrak J.: Hydraulika techniczna. Wydawnictwo SGGW, Warszawa 1998.

- [5] Mizerski W., Nowaczek W.: Tablice fizyczno-astronomiczne. Adamantan, Warszawa 1995.
- [6] PKN-CEN ISO/TS 17892-4: Badania geotechniczne. Badania laboratoryjne gruntów. Część 4: Oznaczanie składu granulometrycznego. PKN, Warszawa 2009.
- [7] PN-88/B-04481: Grunty budowlane. Badania próbek gruntu. PKN, Warszawa 1988.
- [8] PN-EN 1997-2: Eurokod 7. Projektowanie geotechniczne. Część 2: Rozpoznanie i badanie podłoża gruntowego. PKN, Warszawa 2009.

VISCOSITY OF SODIUM PYROPHOSPHATE AND SODIUM HEXAMETAPHOSPHATE SOLUTIONS IN DISTILLED WATER

Summary

The paper shows results of the solutions viscosity of sodium pyrophosphate and sodium hexametaphosphate of low concentration. According to Stokes' law, velocity of the descending particle in the solution depends on the diameter of the particles, the particle's material density, density and viscosity of the solution. The viscosity of the sodium pyrophosphate and sodium hexametaphosphate solutions were investigated with the classical method of Stokes at temperatures from 15 to 30°C.

As a result of preliminary tests, the diameter of the particles and the material used to test the viscosity of the solutions were chosen. The descending particle was filmed in the solution measuring accurately the time and distance travelled by a falling ball. Video analysis determined the rate of particle descent in the solution. A stabilized rate of descent was used to analyze the viscosity of the solution. Since the rate of descent depends significantly on the diameter of the particle, it was necessary to introduce temperature correction of the particle diameter. The coefficient of linear expansion of aerated plastic, of which the particle was made, was determined from analysis of the rate of descent of the particle in distilled water, for which density and viscosity at different temperatures is known. Test solutions of sodium pyrophosphate and sodium hexametaphosphate in distilled water have a much lower viscosity than distilled water. In hydrometer analysis of soil suspensions taking this fact into account is necessary.

Keywords: liquid viscosity, Stokes' law, hydrometer analysis

Przestano do redakcji: 10.10.2014 r.

Przyjęto do druku: 02.12.2014 r.

DOI:10.7862/rb.2014.140

