

Dariusz SZYBICKI¹
Krzysztof KURC²
Magdalena MUSZYŃSKA³
Mirosław SOBASZEK⁴

DYNAMIKA GAŚNIENICOWEGO ROBOTA INSPEKCYJNEGO

W artykule opisano sposób modelowania dynamiki gaśnicowego robota inspekcyjnego. Robot został zbudowany w ramach projektu finansowanego przez Narodowe Centrum Nauki i jest przeznaczony do inspekcji rur, kanałów wentylacyjnych „suchych” jak i zalanych wodą. Robot zbudowany jest modułowo, ma dwie niezależne, wodoszczelne gaśnice. Moduł główny robota stanowi korpus zbudowany ze stopu aluminium. W korpusie znajduje się elektronika sterująca, kamera oraz systemy łączności. Dynamika robota została opisana przy pomocy równań Lagrange’a II rodzaju dla układu nieholonomicznego. W celu wyeliminowania mnożników Lagrange’a z równań ruchu posłużono się formalizmem Maggieo. Przeprowadzając analizę dynamiki wzięto pod uwagę takie czynniki jak: poślizg gaśnicy zależny od odkształceń szponów oraz podłoża, siłę oporu hydrodynamicznego, siłę wyporu oraz siłę oporu hydrodynamicznego. Prototyp robota przeszedł pozytywne testy w Miejskim Przedsiębiorstwie Wodociągów i Kanalizacji w Krakowie.

Słowa kluczowe: robot gaśnicowy, dynamika, równania Lagrange’a, robot inspekcyjny

1. Wstęp

Model fizyczny oraz opis kinetyki robota gaśnicowego są kluczowe w procesie projektowania mechatronicznego [4]. Umożliwiają one przeprowa-

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Dariusz Szybicki, Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, e-mail: dszybicki@prz.edu.pl

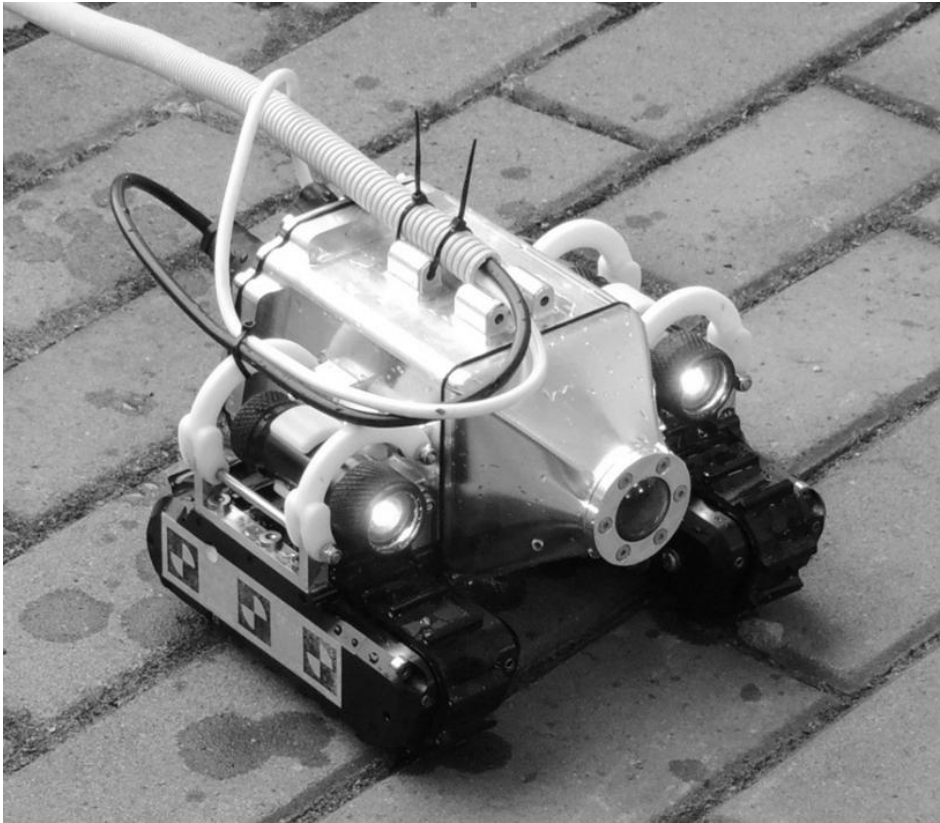
² Krzysztof Kurc, Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, e-mail: kkurc@prz.edu.pl

³ Magdalena Muszyńska, Katedra Mechaniki Stosowanej i Robotyki, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 8, 35-959 Rzeszów, e-mail: magdaw@prz.edu.pl

⁴ Mirosław Sobaszek, Katedra Podstaw Elektroniki, Politechnika Rzeszowska, al. Powstańców Warszawy 12, 35-959 Rzeszów, e-mail: somirek@prz.edu.pl

dzenie symulacji oraz są niezbędne przy projektowaniu układów sterowania.

Sam robot (Rys. 1) został zaprojektowany do inspekcji rur oraz kanałów wentylacyjnych, może pracować na głębokości do 30 m pod wodą.



Rys. 1. Prototyp robota inspekcyjnego

Fig. 1. The prototype of inspection robot

Opis i modelowanie gąsienicowych układów napędowych jest zadaniem skomplikowanym, gdyż oddziałują na nie różnego typu czynniki zmienne w czasie. Dynamika robota zostanie opisana przy pomocy równań Lagrange'a II rodzaju dla układu nieholonomicznego.

2. Opis dynamiki robota

Do opisu dynamiki użyto równań Lagrange'a II rodzaju dla układu nieholonomicznego [2, 5]. Układ napędowy analizowanego robota gąsienicowego są to dwa moduły (Rys. 2.) odsunięte od siebie równoległe i połączone ramą.

M_p - moment oporów poprzecznych;

W_{t1}, W_{t2} - siły oporu toczenia gąsienicy.

Siły i momenty działające na robota wyznaczono na podstawie danych literaturowych [1],[3]. Współczynniki niezbędne do określenia sił i momentów uzyskano na podstawie symulacji komputerowych i testów wykonanych na prototypie robota.

Równania Lagrange'a II rodzaju układu nieholonomicznego, mają postać:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial E}{\partial q} \right)^T = Q + J^T \lambda \quad (1)$$

gdzie: q - wektor współrzędnych konfiguracyjnych;

$E = E(q, \dot{q})$ - energia kinetyczna układu;

Q - wektor sił konfiguracyjnych;

$J(q)$ - jakobian;

λ - wektor mnożników Lagrange'a.

Należy przyjąć, że energia kinetyczna robota E jest sumą energii poszczególnych jego elementów, a więc:

$$E = E_R + E_{M1} + E_{M2}, \quad (2)$$

gdzie: E_R - energia kinetyczna ramy robota;

E_{M1} - energia kinetyczna lewego modułu napędowego robota;

E_{M2} - energia kinetyczna prawego modułu napędowego robota.

Energia kinetyczna ramy robota jest sumą energii E_{R1} , wynikającej z ruchu postępowego ramy oraz energii E_{R2} wynikającej z ruchu obrotowego względem chwilowego środka obrotu O . Na podstawie analizy kinematyki robota energia kinetyczna ramy jest równa:

$$E_R = \frac{1}{2} m_R \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2 + \frac{1}{2} I_R \dot{\beta}^2 \quad (3)$$

gdzie: m_R - masa ramy robota;

I_R - masowy moment bezwładności ramy robota;

$\dot{\beta}$ - prędkość kątowna względem chwilowego środka obrotu;

$\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{z}_C$ - składowe prędkości środka ramy robota wyznaczone z kinematyki.

Kolejny etap obliczeń to wyznaczenie energii kinetycznej pojedynczego modułu napędowego:

$$E_M = E_{K1} + E_{K2} + E_{K3} + E_O, \quad (4)$$

gdzie: E_{K1} - energia kinetyczna koła napędowego gašienicy;

E_{K2} - energia kinetyczna koła napinającego;

E_{K3} - energia kinetyczna koła prowadzącego;

E_O - energia kinetyczna obudowy modułu napędowego.

Energię kinetyczną każdego z kół napędowych pojedynczego, modułu można przedstawić jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego, ruchu obrotowego, względem osi obrotu koła oraz ruchu obrotowego względem chwilowego środka obrotu. Co zapisano jako:

$$\begin{aligned} E_{K1} &= \frac{1}{2} m_{K1} V_A^2 + \frac{1}{2} I_{x1} \dot{\alpha}_{K1}^2 + \frac{1}{2} I_{z1} \dot{\beta}^2, \\ E_{K2} &= \frac{1}{2} m_{K2} V_B^2 + \frac{1}{2} I_{x2} \dot{\alpha}_{K2}^2 + \frac{1}{2} I_{z2} \dot{\beta}^2, \\ E_{K3} &= \frac{1}{2} m_{K3} V_E^2 + \frac{1}{2} I_{x3} \dot{\alpha}_{K3}^2 + \frac{1}{2} I_{z3} \dot{\beta}^2, \end{aligned} \quad (5)$$

gdzie: m_{Ki} - masa koła i-tego;

I_{xi} - masowy moment bezwładności koła i-tego względem osi obrotu x;

I_{zi} - masowy moment bezwładności koła i-tego względem osi z;

$\dot{\alpha}_{Ki}$ - prędkość kątowna koła i-tego w analizowanym module napędowym;

V_A, V_B, V_E - prędkości charakterystycznych punktów (Rys. 3).

Energia kinetyczna obudowy modułu napędowego jest zbiorczym ujęciem energii kinetycznej korpusu napędu, gašienicy oraz elementów przekładni.

$$E_O = \frac{1}{2} m_O V_O^2 + \frac{1}{2} I_{xO} \dot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2} I_{zO} \dot{\beta}^2, \quad (6)$$

gdzie: m_O - masa obudowy modułu napędowego;

I_{xO} - masowy moment bezwładności elementów znajdujących się w ruchu obrotowym;

I_{zO} - masowy moment bezwładności modułu napędowego względem osi z.

Energia kinetyczna pojedynczego modułu napędowego jest więc równa:

$$E_M = \frac{1}{2} m_{K1} V_A^2 + \frac{1}{2} I_{x1} \dot{\alpha}_{K1}^2 + \frac{1}{2} I_{z1} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_{K2} V_B^2 + \frac{1}{2} I_{x2} \dot{\alpha}_{K2}^2 + \frac{1}{2} I_{z2} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_{K3} V_E^2 + \frac{1}{2} I_{x3} \dot{\alpha}_{K3}^2 + \frac{1}{2} I_{z3} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_O V_O^2 + \frac{1}{2} I_{xO} \dot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2} I_{zO} \dot{\beta}^2, \quad (7)$$

Po uproszczeniu i odpowiednich podstawieniach otrzymano zależność na energię kinetyczną modułu napędowego:

$$E_M = \frac{1}{2} m V^2 + \frac{1}{2} I_x \dot{\alpha}_1^2 + \frac{1}{2} I_z \dot{\beta}^2. \quad (8)$$

Do tej pory analizowano pojedynczy moduł napędowy i pomijano indeks, oznaczający jego numer. Przechodząc z analizy ogólnej na bardziej szczegółową, ponownie wprowadzono indeks numeru napędu i otrzymano zależności na energię kinetyczną robota:

$$E = \frac{1}{2} m_R \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2 + \frac{1}{2} I_R \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_c - \dot{\beta} H \sin \beta^2 + \dot{y}_c - \dot{\beta} H \cos \beta^2 + \dot{z}_c^2 + \frac{1}{2} I_x \dot{\alpha}_1^2 + I_z \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_c + \dot{\beta} H \sin \beta^2 + \dot{y}_c + \dot{\beta} H \cos \beta^2 + \dot{z}_c^2 + \frac{1}{2} I_x \dot{\alpha}_2^2, \quad (9)$$

Na podstawie analizy kinematyki wiadomo że:

$$\dot{x}_c = \frac{r \dot{\alpha}_1 (1 - s_1) + r \dot{\alpha}_2 (1 - s_2)}{2} \sin \beta, \quad (11)$$

$$\dot{y}_C = \frac{r\dot{\alpha}_1(1-s_1) + r\dot{\alpha}_2(1-s_2)}{2} \cos\beta \cos\gamma, \quad (12)$$

$$\dot{z}_C = \frac{r\dot{\alpha}_1(1-s_1) + r\dot{\alpha}_2(1-s_2)}{2} \sin\gamma, \quad (13)$$

$$\dot{\beta} = \frac{r\dot{\alpha}_2(1-s_2) - r\dot{\alpha}_1(1-s_1)}{H}, \quad (14)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{V_C - 0,5\dot{\beta}H}{r(1-s_1)}, \quad (15)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{V_C + 0,5\dot{\beta}H}{r(1-s_2)}, \quad (16)$$

$$V_C = \sqrt{\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2}. \quad (17)$$

Otrzymane wyrażenia podstawiono do równania Lagrange'a II-go rodzaju, obliczono pochodne energii kinetycznej po prędkościach konfiguracyjnych, a następnie ich pochodne po czasie. Wyznaczono wyrażenia, będące lewą stroną równań Lagrange'a. Wyznaczając prawą stroną równań Lagrange'a, skorzystano z równań więzów kinematycznych narzuconych na układ:

$$\dot{x}_C - \frac{1}{2}r\dot{\alpha}_1(1-s_1)\sin\beta - \frac{1}{2}r\dot{\alpha}_2(1-s_2)\sin\beta = 0, \quad (18)$$

$$\dot{y}_C - \frac{1}{2}r\dot{\alpha}_1(1-s_1)\cos\beta\cos\gamma - \frac{1}{2}r\dot{\alpha}_2(1-s_2)\cos\beta\cos\gamma = 0, \quad (19)$$

$$\dot{z}_C - \frac{1}{2}r\dot{\alpha}_1(1-s_1)\sin\gamma - \frac{1}{2}r\dot{\alpha}_2(1-s_2)\sin\gamma = 0. \quad (20)$$

Ostatecznie otrzymano układ równań opisujących ruch badanego robota:

$$\begin{aligned}
m_R \ddot{x}_C + 2m \ddot{x}_C &= \lambda_1, \\
m_R \ddot{y}_C + 2m \ddot{y}_C &= \lambda_2, \\
m_R \ddot{z}_C + 2m \ddot{z}_C &= \lambda_3, \\
I_R \ddot{\beta} + 2I_z \ddot{\beta} + 2m \ddot{\beta} H^2 &= -M_p, \\
I_x \ddot{\alpha}_1 &= M_{s_1} \eta_i + -0,5P_u - 0,5F_D - 0,5G \sin \gamma + 0,5F_w \sin \gamma - 0,5W_{u_1} \quad r \quad 1 - s_1, \\
I_x \ddot{\alpha}_2 &= M_{s_2} \eta_i + -0,5P_u - 0,5F_D - 0,5G \sin \gamma + 0,5F_w \sin \gamma - 0,5W_{u_2} \quad r \quad 1 - s_2. \quad (21)
\end{aligned}$$

Gdy do układu równań (21) dodano równania więzów nieholonomicznych otrzymano układ równań na podstawie których można wyznaczyć sześć współrzędnych uogólnionych: $x_C, y_C, z_C, \beta, \alpha_1, \alpha_2$ oraz trzy mnożniki Lagrange'a $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Uzyskanie rozwiązania tych równań wymaga jednoczesnego wyznaczenia mnożników oraz współrzędnych uogólnionych q_r . W celu wyeliminowania mnożników Lagrange'a z równań ruchu posłużono się formalizmem Maggiiego.

Dzięki takiemu podejściu wyrażono sześć prędkości uogólnionych dwoma parametrami kinematycznymi:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \\ \dot{z}_C \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} r \quad 1 - s_1 \quad \sin \beta & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_2 \quad \sin \beta \\ \frac{1}{2} r \quad 1 - s_1 \quad \cos \beta \cos \gamma & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_2 \quad \cos \beta \cos \gamma \\ \frac{1}{2} r \quad 1 - s_1 \quad \sin \gamma & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_2 \quad \sin \gamma \\ -\frac{r \quad 1 - s_1}{H} & \frac{r \quad 1 - s_2}{H} \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Wynikające z zastosowanego formalizmu macierz C ma więc postać

$$C \quad q = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} r \quad 1 - s_1 \quad \sin \beta & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_1 \quad \cos \beta \cos \gamma & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_1 \quad \sin \gamma & -\frac{r(1-s_1)}{H} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} r \quad 1 - s_2 \quad \sin \beta & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_2 \quad \cos \beta \cos \gamma & \frac{1}{2} r \quad 1 - s_2 \quad \sin \gamma & \frac{r(1-s_2)}{H} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$C \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E}{\partial q} \right] = C Q \quad (24)$$

gdzie: C - macierz transformacji prędkości uogólnionych na parametry kinematyczne;

E - energia kinematyczna układu;

q - wektor współrzędnych uogólnionych;

\dot{q} - wektor prędkości uogólnionych.

Po przekształceniach otrzymano:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_C & m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_1) \sin\beta + \ddot{y}_C m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_1) \cos\beta \cos\gamma + \\ + \ddot{z}_C & m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_1) \sin\gamma - \ddot{\beta} I_R + 2I_z + 2mH^2 \frac{r(1-s_1)}{H} + I_x \ddot{\alpha}_1 \end{aligned} \quad (25)$$

oraz

$$\begin{aligned} \ddot{x}_C & m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_2) \sin\beta + \ddot{y}_C m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_2) \cos\beta \cos\gamma + \\ + \ddot{z}_C & m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_2) \sin\gamma + \ddot{\beta} I_R + 2I_z + 2mH^2 \frac{r(1-s_2)}{H} + I_x \ddot{\alpha}_2 \end{aligned} \quad (26)$$

Równania Maggiego, opisujące ruch robota gašienicowego, są następujące:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{r}{2} \ddot{\alpha}_1 (1-s_1) + \ddot{\alpha}_2 (1-s_2) \sin\beta + \right. \\ & \left. + \frac{r}{2} \dot{\alpha}_1 (1-s_1) + \dot{\alpha}_2 (1-s_2) \frac{r\dot{\alpha}_2 (1-s_2) - r\dot{\alpha}_1 (1-s_1)}{H} \cos\beta \right) m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_1) \sin\beta + \\ & + \left(\frac{r}{2} \ddot{\alpha}_1 (1-s_1) + \ddot{\alpha}_2 (1-s_2) \cos\beta \cos\gamma - \right. \\ & \left. + \frac{r}{2} \dot{\alpha}_1 (1-s_1) + \dot{\alpha}_2 (1-s_2) \frac{r\dot{\alpha}_2 (1-s_2) - r\dot{\alpha}_1 (1-s_1)}{H} \sin\beta \cos\gamma \right) m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_1) \cos\beta \cos\gamma + \\ & + \left(\frac{r}{2} \ddot{\alpha}_1 (1-s_1) + \ddot{\alpha}_2 (1-s_2) \sin\gamma \right) m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_1) \sin\gamma + \\ & - \left(\frac{r\dot{\alpha}_2 (1-s_2) - r\dot{\alpha}_1 (1-s_1)}{H} \right) m_R + 2I_z + 2mH^2 \frac{r(1-s_1)}{H} + I_x \ddot{\alpha}_1 = \\ & = M_{n1} + (0,5P_u - 0,5F_D - 0,5G \sin\gamma + 0,5F_w \sin\gamma - 0,5W_{it}) m_p \frac{r(1-s_1)}{H} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{aligned} & \frac{r}{2} \ddot{\alpha}_1(1-s_1) + \ddot{\alpha}_2(1-s_2) \sin\beta + \\ & + \frac{r}{2} \dot{\alpha}_1(1-s_1) + \dot{\alpha}_2(1-s_2) \frac{r\dot{\alpha}_2(1-s_2) - r\dot{\alpha}_1(1-s_1)}{H} \cos\beta \end{aligned} \right) m_R + 2m \frac{1}{2} r (1-s_2) \sin\beta + \\
& + \left(\begin{aligned} & \frac{r}{2} \ddot{\alpha}_1(1-s_1) + \ddot{\alpha}_2(1-s_2) \cos\beta \cos\gamma - \\ & + \frac{r}{2} \dot{\alpha}_1(1-s_1) + \dot{\alpha}_2(1-s_2) \frac{r\dot{\alpha}_2(1-s_2) - r\dot{\alpha}_1(1-s_1)}{H} \sin\beta \cos\gamma \end{aligned} \right) (m_R + 2m) \frac{1}{2} r (1-s_2) \cos\beta \cos\gamma + \\
& + \left(\frac{r}{2} \ddot{\alpha}_1(1-s_1) + \ddot{\alpha}_2(1-s_2) \sin\gamma \right) (m_R + 2m) \frac{1}{2} r (1-s_2) \sin\gamma + \\
& + \left(\frac{r\ddot{\alpha}_2(1-s_2) - r\ddot{\alpha}_1(1-s_1)}{H} \right) (m_R + 2I_z + 2mH^2) \frac{r(1-s_2)}{H} + I_x \ddot{\alpha}_2 = \\
& = M_{n2} + (0,5P_u - 0,5F_D - 0,5G \sin\gamma + 0,5F_w \sin\gamma - 0,5W_{t2}) (m_R + 2m) \frac{r(1-s_2)}{H} \quad , (28)
\end{aligned}$$

gdzie: r - promień kół napędowych gaśienice;

H - odległość pomiędzy osiami gaśienic;

m - masa modułu gaśienicowego;

m_R - masa ramy;

I_R, I_z, I_x - masowe momenty bezwładności;

β - kąt obrotu ramy robota;

$\ddot{\alpha}_1$ - przyspieszenie kątowe koła napędowego gaśienicę 1;

$\ddot{\alpha}_2$ - przyspieszenie kątowe koła napędowego gaśienicę 2;

$\dot{\alpha}_1$ - prędkość kątowa koła napędowego gaśienicę 1;

$\dot{\alpha}_2$ - prędkość kątowa koła napędowego gaśienicę 2;

s_1, s_2 - poślizg gaśienicy 1 oraz 2.

Po uporządkowaniu równań (27) i (28) i wstawieniu wszystkich współczynników otrzymano rozwiązanie zadania odwrotnego dynamiki dla analizowanego robota inspekcyjnego.

3. Podsumowanie

W artykule przedstawiono opis dynamiki inspekcyjnego robota gaśienicowego. Kinematyka robota była przedmiotem wcześniejszych publikacji więc ograniczono się tylko do opisu dynamiki. Wartości sił i momentów działających

na robota wyznaczono na podstawie danych literaturowych oraz symulacji numerycznych. Dynamika została opisana przy pomocy równań Lagrange'a II rodzaju dla układu nieholonomicznego. By wyeliminować mnożniki Lagrange'a z równań ruchu wykorzystany został formalizm Maggiiego. Otrzymane rozwiązania zadania odwrotnego oraz prostego dynamiki posłużyły do zbudowania modelu matematycznego zaprojektowanego i zbudowanego robota. Symulacje oraz identyfikacja otrzymanego modelu matematycznego robota będą przedmiotem dalszych publikacji.

Literatura

- [1] Burdziński Z.: Teoria ruchu pojazdu gaśienicowego, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1972.
- [2] Ciszewski M., Buratowski T., Giergiel M., Kurc K., Małka P.: The pipes mobile inspection robots, Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej, nr 3 s. 9-15, 2012
- [3] Dajniak H.: Ciągniki teoria ruchu i konstruowanie, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1985
- [4] Giergiel J., Hendzel Z., Żylski W.: Kinematyka, dynamika i sterowanie mobilnych robotów kołowych w ujęciu mechatronicznym, monografia, Wyd. IMiR, AGH Kraków, 2000
- [5] Giergiel M., Kurc K., Małka P., Buratowski T., Szybicki D.: Kinematics of underwater inspection robot, Pomiary Automatyka Robotyka nr 12/2012, s. 112-116, 2012

DYNAMICS OF INSPECTION ROBOT WITH CRAWLER DRIVE

Summary

In this article authors present the problem connected with the dynamics modeling mobile robot with crawler drive. This robot has been designed to enable monitoring and analysis of the technical state of pipes and water tanks. On the crawler module track drive different types of variables interact over time. Description of crawler motion in real conditions, with the uneven ground with variable parameters, it is very complicated and therefore it is necessary to use simplified models. The description of the robot's dynamic based on the energetic method based on Lagrange equation. In order to avoid modeling problems connected with decoupling Lagrange multipliers Maggi equation are used.

Keywords: inspection robot, dynamics, underwater robot, robot with crawler drive, Lagrange equation

DOI:10.7862/rb.2014.37

Przesłano do redakcji: 07.07.2014 r.

Przyjęto do druku: 04.09.2014 r.