

Katarzyna MISIUREK¹
Paweł ŚNIADY²

STOCHASTYCZNE DRGANIA BELKI SANDWICZOWEJ WYWOŁANE OBCIĄŻENIEM RUCHOMYM. ANALIZA KORELACYJNA.

W pracy rozpatrywane są stochastyczne drgania belki sandwiczowej swobodnie podpartej wywołane stochastyczną siłą poruszającą się ze stałą prędkością. Korzystając z podstawowych technik analitycznych przeprowadzono analizę korelacyjną dla stochastycznych drgań belki. Przedstawiono dla wariacji rozwiązanie częściowo w formie zamkniętej. Rezultatem pracy jest zaprezentowanie wpływu prędkości z jaką porusza się siła na losową charakterystykę drgań, m.in. wariacji przemieszczeń pionowych i obrotu belki sandwiczowej. Wyprowadzono również zależność na dynamiczny współczynnik dla obciążeń stochastycznych.

Słowa kluczowe: belka sandwiczowa, stochastyczne drgania, obciążenie ruchome, losowy współczynnik dynamiczny

1. Wstęp

W konstrukcjach inżynierskim często spotykanym zjawiskiem jest występowanie drgań wywołanych poruszającym się obciążeniem. W rzeczywistości ruchome obciążenie działające na konstrukcję obok składowej deterministycznej może mieć składową nieregularną mającą charakter procesu stochastycznego. W pracy przedstawione zostanie rozwiązanie dla problemu drgań tłumionych belki sandwiczowej swobodnie podpartej wywołanych poruszającą się ze stałą prędkością siłą skupioną, która jest stacjonarnym procesem stochastycznym.

Konstrukcje sandwiczowe, zwane również konstrukcjami przekładkowymi lub warstwowymi, są układami mającymi trójwarstwową budowę. Konstrukcje te zbudowane są z dwóch cienkich warstw zewnętrznych charakteryzujących się

¹ Autor do korespondencji/corresponding author: Katarzyna Misiurek, Instytut Inżynierii Lądowej, Politechnika Wroclawska, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, tel. +48 728 347 386, e-mail: katarzyna.misiurek@pwr.wroc.pl

² Paweł Śniady, Wydział Inżynierii Kształtowania Środowiska i Geodezji, Uniwersytet Przyrodniczy, pl. Grunwaldzki 24, 50-363 Wrocław, tel. 71 320 5506, e-mail: pawel.sniady@wp.pl

wysokimi właściwościami wytrzymałościowymi pomiędzy którymi znajduje się gruba warstwa środkowa o niskich właściwościach mechanicznych [1-3]. Konstrukcje sandwiczowe znajdują obecnie zastosowanie w wielu gałęziach przemysłu i wykonuje się je z najbardziej zaawansowanych technologicznie materiałów. Obszar ich zastosowania ciągle się poszerza, dzięki przede wszystkim idei samych konstrukcji, które mogą być wytrzymałe tak samo jak konstrukcje jednorodne, ale cechują się znacznie niższą wagą.

Zagadnienie związane z obciążeniem stochastycznym dla belki Bernoulli-Eulera w zakresie teorii korelacyjnej rozpatrywał L. Fryba [4-6]. W pracy [12] rozpatrywano stochastyczne drgania belki, gdy siła porusza się ruchem przyspieszonym, hamującym i jednostajnym. Drgania belki nieskończenie długiej, której przemieszczenie opisane jest ruchem Browna rozpatrywane były w pracy [8]. Problem stochastycznych drgań belek wywołanych ruchomym obciążeniem analizowany był między innymi w pracach [10-12].

W niniejszej pracy przedstawione zostanie rozwiązanie w zakresie teorii korelacyjnej. Pomimo, że poruszająca się siła jest stacjonarnym procesem stochastycznym reakcja belki jest niestacjonarnym procesem stochastycznym co wynika z faktu, że siła działa na belkę przez skończony okres. Metodyka zastosowana w pracy opiera się na założeniach dotyczących konstrukcji sandwiczowych [7]. Poniższa praca stanowi kontynuację i poszerzenie rozwiązań zaprezentowanych w pracy [9], w której zaprezentowano rozwiązanie drgań nietłumionych dla deterministycznej siły ruchomej. Zastosowano podstawowy model jakim jest belka swobodnie podparta w celu zaprezentowania algorytmu rozwiązania dla stochastycznych drgań konstrukcji sandwiczowych.

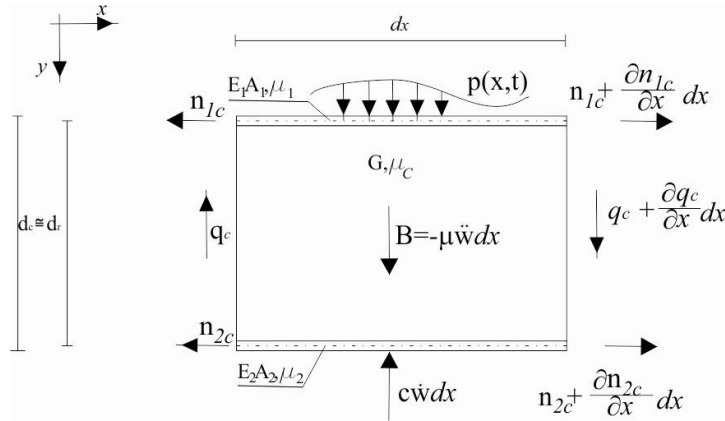
2. Rozwiązanie ogólne

Rozpatrywana jest klasyczna belka sandwiczowa o prostokątnym przekroju poprzecznym składająca się z dwóch cienkich, sztywnych a zarazem elastycznych okładzin zewnętrznych i grubego rdzenia. Przyjęto następujące założenia przy analizie drgań belki wywołanych ruchomym obciążeniem:

- Ważne jest prawo Hooke'a,
- w porównaniu z okładzinami rdzeń charakteryzuje się dużą podatnością, zapewniając jednocześnie stały odstęp pomiędzy okładzinami,
- okładziny przenoszą tylko siły osiowe,
- siły ścinające są przenoszone przez rdzeń,
- ugięcie wszystkich warstw oraz przemieszczenie w kierunku normalnym jest identyczne,
- warstwy okładzinowe są elastyczne, izotropowe i nie ulegają deformacji podczas ścinania,
- elastyczny rdzeń przenosi tylko ścinanie i w płaszczyźnie normalnej naprężenia są pomijane;

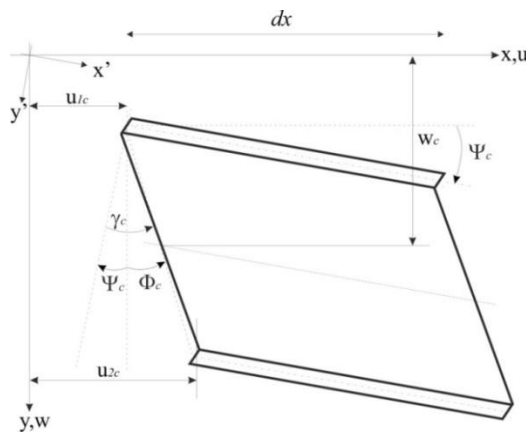
- Inercja podłużnych drgań może zostać pominięta, natomiast inercja poprzeczna jest dominująca [7, 9].

Na poniższych ilustracjach zaprezentowano przyjęty dodatni zwrot sił i przemieszczenia dla wyciętego elementu belki.



Rys. 1. Geometria belki sandwiczowej oraz wypadkowe sił (na podstawie [7])

Fig. 1. Geometry of a sandwich beam section and internal forces (based on [7])



Rys. 2. Schemat deformacji i przemieszczeń elementu belki sandwiczowej (na podstawie [7])

Fig. 2. Deformations and displacements in a sandwich beam section (based on [7])

Tłumione drgania belki w modelu ciągnowym opisuje układ równań różniczkowych

$$-Gbd_c \left[\frac{\partial^2 w_c(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi_c(x,t)}{\partial x} \right] + c \frac{\partial w_c(x,t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial^2 w_c(x,t)}{\partial t^2} = P \delta(x-vt), \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_c(x,t)}{\partial x^2} - \frac{Gb}{\zeta d_c} \Phi_c(x,t) - \frac{Gb}{\zeta d_c} \frac{\partial w_c(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

gdzie symbol δ oznacza deltę Diraca, $\zeta = \frac{E_{1c} A_{1c} E_{2c} A_{2c}}{E_{1c} A_{1c} + E_{2c} A_{2c}}$, przy czym

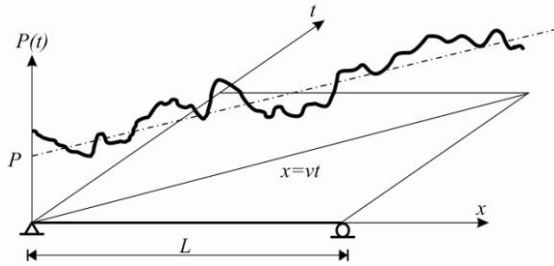
$0 \leq t \leq \frac{L}{v}$. Symbolem μ oznaczono masę przypadającą na jednostkę długości belki a przez c parametr tłumienia. Symbolem $w_c = w_c(x,t)$ oznaczono przemieszczenie belki prostopadłe do jej osi a symbol $\Phi_c = \Phi_c(x,t)$ oznacza kąt wynikający z wzajemnego przesunięcia się warstw zewnętrznych. Symbolem b oznaczono szerokość belki, symbol d_c oznacza wysokość belki. Przyjęto, że ruchoma siła skupiona $P(t)$ poruszająca się ze stałą prędkością v (rys.3) jest stacjonarnym procesem stochastycznym w szerszym sensie i przedstawiamy ją w postaci sumy wartości średniej \bar{P} odpowiadającej deterministycznej części siły i fluktuacji losowej $\tilde{P}(t)$:

$$P(t) = \bar{P} + \tilde{P}(t) \quad (3)$$

Przy czym

$$E[P(t)] = \bar{P} = const. , \quad E[\tilde{P}(t)] = 0. \quad (4)$$

Symbolem $E[\]$ oznaczono operację wartości oczekiwanej.



Rys. 3. Ruch losowej siły $P(t)$ po długości belki

Fig. 3. The motion of the random Force $P(t)$ along the beam.

Przyjęto, że funkcja kowariancyjna ruchomej siły jest znana i jest równa

$$C_{PP}(t_1, t_2) = E[\tilde{P}(t_1)\tilde{P}(t_2)] = C_{PP}(t_2 - t_1) = C_{PP}(t). \quad (5)$$

Rozwiązanie od składowej stałej \bar{P} dla drgań nietłumionych przedstawiono w pracy [9]. W pracy zajmiemy się tylko fluktuacją losową $\tilde{P}(t)$ rozpatrując drgania belki swobodnie podpartej. Dla belki swobodnie podpartej rozwiązania poszukujemy w postaci:

$$w_c(\xi, T) = \sum_{n=1}^{\infty} y_{cn}(t) \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (6)$$

$$\Phi_c(\xi, T) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{cn}(t) \cos n\pi \frac{n\pi x}{L}. \quad (7)$$

Podstawiając powyższe szeregi do równań (1), (2) i zastąpieniu $P(t)$ wielkością $\tilde{P}(t)$ oraz wykonaniu odpowiednich operacji przedstawionych wcześniej otrzymuje się rozwiązanie w postaci:

$$y_{cn}(t) = \frac{2}{\mu L} \int_0^t h_{y_{cn}}(t-\tau) \tilde{P}(\tau) \sin \frac{n\pi v\tau}{L} d\tau, \quad (8)$$

$$\varphi_{cn}(t) = \frac{2}{\mu L} \int_0^t h_{\varphi_{cn}}(t-\tau) \tilde{P}(\tau) \sin \frac{n\pi v\tau}{L} d\tau. \quad (9)$$

Impulsowe funkcje przejścia mają postać

$$h_{y_{cn}}(t) = e^{-\bar{\alpha}t} \frac{\sin \bar{\Omega}_{cn} t}{\bar{\Omega}_{cn}}, \quad (10)$$

$$h_{\varphi_{cn}}(t) = -\frac{b_{2c}^2 n\pi}{n\pi^2 + b_{2c}^2 L} \frac{e^{-\bar{\alpha}t} \sin \bar{\Omega}_{cn} t}{\bar{\Omega}_{cn}}, \quad (11)$$

gdzie: $\bar{\Omega}_{cn}^2 = \bar{\omega}_{cn}^2 - \bar{\alpha}_c^2$ przy czym $\bar{\omega}_{cn}^2 = \frac{Gbd_c n\pi^4}{\mu L^2 [n\pi^2 + b_{2c}^2 L]}$, $2\bar{\alpha}_c = \frac{c}{\mu}$.

Korzystając ze wzorów (8), (9) otrzymuje się rozwiązanie dla funkcji kowariancyjnych współrzędnych uogólnionych

$$C_{y_{kc}y_{cn}}(t_1, t_2) = \frac{4}{(\mu L)^2} \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} h_{y_{ck}}(t_1 - \tau_1) h_{y_{cn}}(t_2 - \tau_2) C_{PP}[(\tau_1 - \tau_2)] \sin \frac{k\pi v\tau_1}{L} \sin \frac{n\pi v\tau_2}{L} d\tau_1 d\tau_2, \quad (12)$$

$$C_{\varphi_{ck}\varphi_{cn}}(t_1, t_2) = \left[\frac{b_{2c}^2 k\pi}{k\pi^2 + b_{2c}^2 L} \right] \left[\frac{b_{2c}^2 n\pi}{n\pi^2 + b_{2c}^2 L} \right] C_{y_{ck}y_{cn}}(t_1, t_2). \quad (13)$$

Stąd otrzymamy szukane funkcje kowariancji dla przemieszczeń belki

$$C_{w_c w_c}(x_1, x_2, t_1, t_2) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{y_{ck}y_{cn}}(t_1, t_2) \sin \frac{k\pi x_1}{L} \sin \frac{n\pi x_2}{L}, \quad (14)$$

$$C_{\Phi_c \Phi_c}(x_1, x_2, t_1, t_2) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{\varphi_{ck}\varphi_{cn}}(t_1, t_2) \cos \frac{k\pi x_1}{L} \cos \frac{n\pi x_2}{L}. \quad (15)$$

Wariancję przemieszczeń otrzymuje się ze wzorów (14), (15) przyjmując $x_1 = x_2 = x$ i $t_1 = t_2 = t$.

Warto podkreślić, że gdy poruszająca się siła jest procesem o rozkładzie normalnym to funkcje przemieszczeń belki ($w_c(x, t)$, $\Phi_c(x, t)$) są także procesami o rozkładzie normalnym i wówczas wyznaczone wartości oczekiwane (od siły stałej) i funkcja kowariancji jednoznacznie określają ten rozkład. Założenie, że proces wzbudzenia drgań (ruchoma siła) jest procesem normalnym jest w pełni uzasadniony, gdyż często jest on sumą wielu przypadkowych i niezależnych czynników. Przykładowo losowość obciążenia wynika z poruszania się pojazdu po nierównej nawierzchni drogowej, której profil zmienia się w sposób przypadkowy.

Bazując na rozwiązaniach powyżej, możliwe jest wyznaczenie dynamicznego współczynnika dla obciążenia losowego, które wyraża się jako stosunek odchylenia standardowego dla ugięcia dynamicznego do odchylenia standardowego dla ugięcia statycznego wywołanego siłą w punkcie x_0

$$\gamma_2(x, t) = \frac{\sigma_{\max w_{cn}^d}(x, t)}{\sigma_{\max w_{cn}^{st}}(x, x_0)}. \quad (16)$$

$$\text{gdzie: } \sigma_{w_{cn}^{st}}(x, x_0) = \frac{2\sigma_p L}{Gbd_c} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{[n\pi^2 + b_{2c}^2 L] \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x_0}{L}}{n\pi^4} \right]^2}.$$

Dynamiczny współczynnik dla obciążeń losowych może być wykorzystywany przy określaniu wartości charakterystycznej dla równoważnego obciążenia statycznego.

3. Rozwiązanie szczegółowe

Funkcja kowariancyjna ruchomej siły może mieć różną postać. Przyjmijmy, że poruszająca się siła jest stacjonarnym procesem stochastycznym normalnym typu „biały szum” a więc funkcja kowariancji jest określona wzorem $C_{pp}(t) = \sigma_p^2 \delta(t)$. Proces stochastyczny typu „biały szum” często stosowany jest do aproksymacji procesów szeroko widmowych. Po podstawieniu tej funkcji kowariancji do wzoru (12) otrzymuje się wyrażenie

$$\begin{aligned}
 C_{y_{ck}y_{cn}}(t_1, t_2) &= \\
 &= \frac{4\sigma_p^2}{(\mu L)^2} \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} h_{y_{ck}}(t_1 - \tau_1) h_{y_{cn}}(t_2 - \tau_2) \delta(\tau_1 - \tau_2) \sin \frac{k\pi v \tau_1}{L} \sin \frac{n\pi v \tau_2}{L} d\tau_1 d\tau_2 = \\
 &= \frac{4\sigma_p^2}{(\mu L)^2} \int_0^t h_{y_{ck}}(t_1 - \tau) h_{y_{cn}}(t_2 - \tau) \sin \frac{k\pi v \tau}{L} \sin \frac{n\pi v \tau}{L} d\tau,
 \end{aligned} \tag{17}$$

W szczególnym przypadku gdy $t_1 = t_2 = t$ i $n = k$ po wykonaniu odpowiednich całkowań otrzymuje się

$$\begin{aligned}
 C_{y_{cn}y_{cn}}(t, t) &= \sigma_{y_{cn}}^2(t) = \frac{4\sigma_p^2}{(\mu L)^2 \bar{\Omega}_{cn}^2} \int_0^t e^{-2\bar{\alpha}_c(t-\tau)} \sin^2 \bar{\Omega}_{cn}(t-\tau) \sin^2 \frac{n\pi v \tau}{L} d\tau \\
 &= \frac{\sigma_p^2}{(\mu L)^2 \bar{\Omega}_{cn}^2} [K_{cn1}(t) + K_{cn2}(t) + K_{cn3}(t) + K_{cn4}(t)]
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$C_{\varphi_{ck}\varphi_{cn}}(t, t) = \left[\frac{b_{2c}^2 n\pi}{n\pi^2 + b_{2c}^2 L} \right]^2 \frac{\sigma_p^2}{(\mu_c L)^2 \bar{\Omega}_{cn}^2} \left[\frac{K_{cn1}(t) + K_{cn2}(t)}{K_{cn3}(t) + K_{cn4}(t)} \right] \tag{19}$$

gdzie:

$$K_{cn1}(t) = \int_0^t e^{-2\bar{\alpha}_c(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{2\bar{\alpha}_c} (1 - e^{-2\bar{\alpha}_c t})$$

$$\begin{aligned}
K_{cn2}(t) &= - \int_0^t e^{-2\bar{\alpha}_c(t-\tau)} \cos 2 \frac{n\pi v \tau}{L} d\tau = \\
& \frac{\bar{\alpha}_c e^{-2\bar{\alpha}_c t} - \bar{\alpha}_c \cos 2 \frac{n\pi v t}{L} - \frac{n\pi v}{L} \sin 2 \frac{n\pi v t}{L}}{2 \left[\bar{\alpha}_c^2 + \left(\frac{n\pi v}{L} \right)^2 \right]} \\
K_{cn3}(t) &= - \int_0^t e^{-2\bar{\alpha}_c(t-\tau)} \cos 2 \bar{\Omega}_{cn} t - \tau d\tau = \\
& \frac{\bar{\alpha}_c + e^{-2\bar{\alpha}_c t} \bar{\Omega}_{cn} \sin 2 \bar{\Omega}_{cn} t - \bar{\alpha}_c \cos 2 \bar{\Omega}_{cn} t}{2 \bar{\alpha}_c^2 + \bar{\Omega}_{cn}^2} \\
K_{cn4}(t) &= \int_0^t e^{-2\bar{\alpha}_c(t-\tau)} \cos 2 \bar{\omega}_{cn} t - \tau \cos 2 \frac{n\pi v \tau}{L} d\tau = \\
& \frac{1}{4} \frac{\bar{\alpha}_c \cos 2 \frac{n\pi v t}{L} + \left(\frac{n\pi v}{L} - \bar{\Omega}_{cn} \right) \sin 2 \frac{n\pi v t}{L}}{\bar{\alpha}_c^2 + \left(\frac{n\pi v}{L} - \bar{\Omega}_{cn} \right)^2} \\
& + \frac{1}{4} \frac{\bar{\alpha}_c \cos 2 \frac{n\pi v t}{L} + \left(\frac{n\pi v}{L} + \bar{\Omega}_{cn} \right) \sin 2 \frac{n\pi v t}{L}}{\bar{\alpha}_c^2 + \left(\frac{n\pi v}{L} + \bar{\Omega}_{cn} \right)^2} \\
& - \frac{1}{4} e^{-2\bar{\alpha}_c t} \left(\frac{\bar{\alpha}_c \cos 2 \bar{\Omega}_{cn} t + \left(\frac{n\pi v}{L} - \bar{\Omega}_{cn} \right) \sin 2 \bar{\Omega}_{cn} t}{\bar{\alpha}_c^2 + \left(\frac{n\pi v}{L} - \bar{\Omega}_{cn} \right)^2} \right. \\
& \left. + \frac{\bar{\alpha}_c \cos 2 \bar{\Omega}_{cn} t - \left(\frac{n\pi v}{L} + \bar{\Omega}_{cn} \right) \sin 2 \bar{\Omega}_{cn} t}{\bar{\alpha}_c^2 + \left(\frac{n\pi v}{L} + \bar{\Omega}_{cn} \right)^2} \right)
\end{aligned}$$

Pomijając wzajemną kowariancję między różnymi współrzędnymi szukane wariancje obliczane ze wzorów uproszczonych (18), (19) przyjmują postać:

$$\sigma_{w_{cn}}^2(x, t) \cong \frac{\sigma_P^2}{(\mu L)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\bar{\Omega}_{cn}^2} [K_{cn1}(t) + K_{cn2}(t) + K_{cn3}(t) + K_{cn4}(t)] \sin^2 \frac{n\pi x}{L} \quad (20)$$

$$\sigma_{\phi_{cn}}^2(x, t) \cong \frac{\sigma_P^2}{(\mu L)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{b_{2c}^2 n\pi}{n\pi^2 + b_{2c}^2 L} \right]^2 \frac{1}{\bar{\Omega}_{cn}^2} [K_{cn1}(t) + K_{cn2}(t) + K_{cn3}(t) + K_{cn4}(t)] \cos^2 \frac{n\pi x}{L} \quad (21)$$

Dynamiczny współczynnik dla obciążeń losowych dla środkowej przekroju przęśla wynosi:

$$\gamma_2\left(\frac{L}{2}, t\right) = \frac{Gbd_c}{2\mu L^2} \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\bar{\Omega}_{cn}^2} [K_{cn1}(t) + K_{cn2}(t) + K_{cn3}(t) + K_{cn4}(t)] \sin^2 \frac{n\pi}{2}}{\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{[n\pi^2 + b_{2c}^2 L] \sin^2 \frac{n\pi}{2}}{n\pi^4} \right]^2}} \quad (22)$$

4. Przykład numeryczny

W tej części pracy analizowane jest zachowanie się belki sandwiczowej swobodnie podpartej obciążone losową siłą ruchomą poruszającą się ze stałą prędkością v po długości belki L .

Obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone dla następujących założeń:

- okładziny wykonane są ze stali,
- rdzeń wykonany jest z drewna klejonego warstwowo.

Przyjęto następujące parametry obliczeniowe: $L = 5m$, $d_c = 0.4m$, $b = 0.2m$,

$t_{1c} = t_{2c} = 0.01m$, $E = 205GPa$, $G_r = 780MPa$, $P = 1kN$.

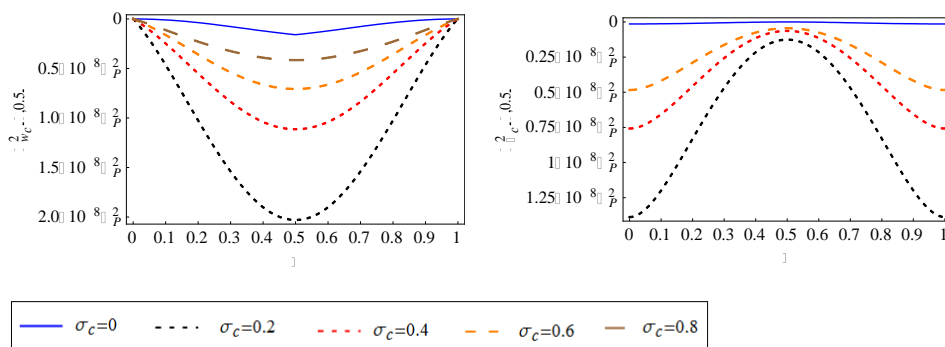
W przykładzie obliczeniowym przeanalizowano różne prędkości z jaką porusza-

ła się siła: $\sigma_c = 0$, $\sigma_c = 0.2$, $\sigma_c = 0.4$, $\sigma_c = 0.8$, gdzie $\sigma_c = \frac{v}{v_c}$ i $v_c = \sqrt{\frac{Gbd_c}{\mu}}$

jest prędkością fali ścinającej w rdzeniu belki sandwiczowej. Analiza numerycz-

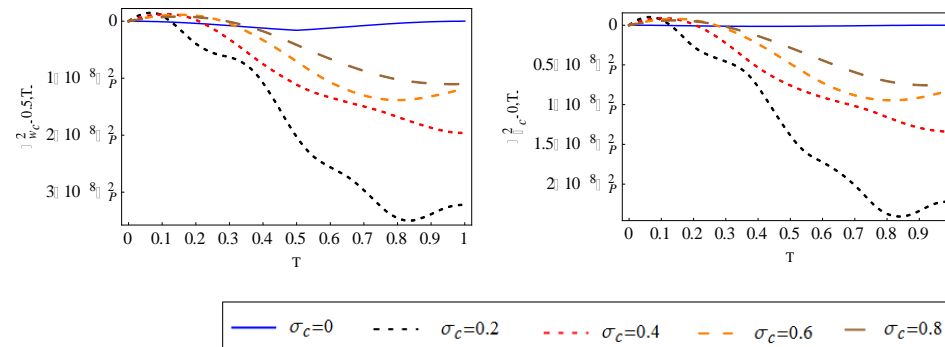
na została przeprowadzona dla zmiennych bezwymiarowych $\xi = \frac{x}{L}$ oraz $T = \frac{vt}{L}$, gdzie $\xi \in [0,1]$ oraz $T \in [0,1]$.

Na rysunkach nr 4 i 5 przedstawiono wykresy wariancji dla przemieszczeń pionowych i obrotu belki sandwiczowej w czasie przejazdu siły oraz w przekrojach charakterystycznych. Wraz ze wzrostem prędkości z jaką porusza się siła zmniejsza się wartość wariancji – jest to związane z zależnością ugięcia belki od prędkości przejazdu siły.



Rys. 4. Wykres wariancji dla ugięcia i obrotu belki, gdy siła dojechała do środka belki

Fig. 4. The variance for deflection and rotation of the beam when random moving force is inside the beam



Rys. 5. Wariancja ugięcia środka przęsła i obrotu belki na podporze w czasie przejazdu siły

Fig. 5. The variance of the center span deflection and the variance of the beam rotation on the support during the passage of forces

5. Wnioski

W pracy zaprezentowana została analiza korelacyjna belki sandwiczowej swobodnie podpartej, obciążonej stochastyczną siłą poruszającą się ze stałą prędkością. Analiza korelacyjna została przeprowadzona dla drgań tłumionych. W celu wyznaczenia funkcji kowariancji wyprowadzono wzory na impulsowe funkcje przejścia. Przyjęto również pewne uproszczenia, m.in. pominięto wzajemną korelację. Dla wariacji ugięcia i obrotu rozwiązanie przedstawiono częściowo w formie zamkniętej. Analiza numeryczna przeprowadzona została przy założeniu, że poruszająca się siła jest stacjonarnym procesem stochastycznym normalnym typu „biały szum”. W ramach analizy numerycznej przedstawiono wpływ prędkości z jaką porusza się siła na losową charakterystykę drgań: wariację przemieszczeń pionowych i obrotu belki sandwiczowej. Wyprowadzono zależność na dynamiczny współczynnik dla obciążeń stochastycznych.

Literatura

- [1] Plantema F. J., Sandwich construction 1966, John Wiley & Sons.
- [2] Vinson JR, Sierakowski RL. The behavior of structures composed of composite materials. Dordrecht, The Netherlands: Martinus Nijhoff, 1989.
- [3] Matthews FL, Rawlings RD. Composite materials: engineering and science. London: Chapman & Hall, 1994.
- [4] Fryba L. Vibration of solids and structures under moving loads. Noordhoff International, 1972.
- [5] Fryba L. Non-stationary response of a beam to a moving random force. Journal of Sound and Vibration 1976;46:323–38.
- [6] Fryba L, Nakagiri S, Yoshikawa N. Stochastic finite elements for a beam on a random foundation with uncertain damping under a moving force. Journal of Sound and Vibration 1993;163:31–45.
- [7] Howson W.P., Zare A.: Exact dynamic stiffness matrix for flexural vibration of tree-layered sandwich beams, Journal of Sound and Vibration 282 (2005)
- [8] Knowles J. K., On the dynamic response of a beam to a randomly moving load, Journal of Applied Mechanics 1968, 35, 1-6.
- [9] Misiurek K., Sniady P, Vibrations of sandwich beam due to a moving force, Composite Structures, Vol. 104, pp. 85–93, 2013.
- [10] Tung CC. Random response of highway bridges to vehicle loads. Proc. ASCE, J Eng Mech Div 1967;93:73–94.
- [11] Tung CC. Response of highway bridges to renewal traffic loads. Proc. ASCE, J Eng Mech Div 1967;95:41–57.
- [12] Zibdeh H. S., Abu-Hilal M., Stochastic vibration of laminated composite coated traversed by a random moving load 2003, Engineering Structures.

Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2011/01/N/ST8/02544.

STOCHASTIC VIBRATIONS OF SANDWICH BEAM TRAVERSED BY RANDOM MOVING LOAD

Streszczenie

Praca dotyczy drgań belki poddanej działaniu skupionych i rozłożonych sił harmonicznym, z dołączonymi translacyjno-rotacyjnymi tłumikami dynamicznymi. W obliczeniach przyjęto liniowy model belki Eulera-Bernoulliego, równanie ruchu rozwiązano przy użyciu metody Fouriera. Zastosowanie czasowej transformacji Laplace'a pozwala na wyznaczenie amplitudy drgań w funkcji częstości. Przykłady obliczeń numerycznych dotyczą zagadnień minimalizacji energii kinetycznej całej belki lub jej części poprzez odpowiednie dostrojenie translacyjno-rotacyjnego tłumika drgań. Wyniki obliczeń numerycznych potwierdzają skuteczność stosowania translacyjno-rotacyjnych tłumików dynamicznych w belkach. W badanych przykładach wyznaczono optymalną strategię dostrajania tłumików minimalizującą energię kinetyczną.

Słowa kluczowe: dynamiczny tłumik drgań, drgania belki, tłumienie drgań, strojenie

DOI:10.7862/rb.2014.34

Przesłano do redakcji: 16.05.2014 r.

Przyjęto do druku: 04.09.2014 r.